Ziel:

Es sollen die Zusammenhänge zwischen der Dämpfung und dem Schwingungsverhalten am Drehpendel studiert werden. Ferner sollen die Resonanzphänomene bei der erzwungenen Schwingung untersucht werden.

Methoden:

Zur Untersuchung von Schwingungen dient in erster Linie die Messung der Periodenlänge T, aus welcher die Kreisfrequenz ω bestimmt werden kann. Das Pendel wird mit einer Wirbelstrombremse gedämpft. Der Strom ist ein Mass für die Stärke der Dämpfung. Mit einem Gleichstrommotor, dessen Drehfrequenz direkt proportional zur Betriebsspannung ist, kann das Pendel erzwungene Schwingungen ausführen. Wird die Amplitude bei verschiedenen Erregerfrequenzen gemessen, kann die Resonanzkurve ermittelt werden.

Erläuterungen:

Bei der gedämften Schwingung sind drei Fälle von Bedeutung, nämlich der Fall der von schwacher Dämpfung, welcher zu einer Hin- und Herbwegung führt, der Fall von starker Dämpfung (Kriechfall), bei dem das Pendel bei Rückbewegung die Nulllage nicht mehr überschreitet, und der Grenzfall zwischen den beiden genannten Fällen (aperiodischer Grenzfall).

Theorie:

Kinematik, Dynamik, Schwingungen

Literatur:

Physikalisches Praktikum: Becker; Walcher S. 88 ff.

Geräte:

1 Drehpendel mit Motor

Name:	**Klasse:** Tc 3/4	**Datum:** ....
Beurteilung:		
Auswertung		....
Genauigkeit		....
Fehlerrechnung/Fehlerdiskussion		....
Protokollführung		....
Summe		....

Grundlagen:

Gedämpfte Schwingung

Das Drehpendel besteht aus einer vertikal liegenden Metallscheibe auf einer horizontalen Achse, welche durch dn Schwerpunkt geht. An der Achse ist das innere Ende einer Spiralfeder befestigt. Das äussere Ende der Feder ist am Gehäuse des Drehpendels angeschraubt.

Wird das Drehpendel aus der Ruhelage ausgelenkt, führt es Schwingungen aus. Dabei ist das rücktreibende Drehmoment proportional zur Auslenkung ϕ. Unter Berücksichtigung der Reibung erhält man den Ansatz:

(1) $J\ddot{\phi} = -D\phi - k\dot{\phi}$
J = Trägheitsmoment des Pendels
D = Direktionsmoment der Feder
k = Reibungskonstante

Die Differentialgleichung (1) kann mit folgendem Ansatz gelöst werden:

(2) $\phi(t) = \phi_0 e^{\lambda t}$

Einsetzen in (1) ergibt die charakteristische Gleichung:

(3) $\lambda^2 + \frac{k}{J}\lambda + \frac{D}{J} = 0$

Ihre Lösungen sind:

(4) $\lambda_{1/2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0{}^2}$ **(mit** $\delta = \frac{k}{2J}$ **, Dämpfungskonstante)**

1. Fall: $\delta < \omega_0$ **(schwache Dämpfung)**

Die Lösung für λ ist komplex. Nach der Eulerschen Gleichung $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ ergibt sich für $\phi(t)$ eine periodische Funktion der Form:

(5) $\phi(t) = \phi_0 \bullet e^{-\delta t} \bullet \sin(\omega t - \alpha)$ **mit**

(6) $\omega = \sqrt{(\omega_0{}^2 - \delta^2)}$

Die Schwingungsfrequenz des gedämpften Pendels weicht also von der Eigenfrequenz ab. Als Abklingzeit τ wird der Kehrwert der Dämpfungskonstante verstanden. Dann ist die Amplitude auf den e-ten Teil des Ausganfgswertes gefallen.

(7) $\tau = \frac{1}{\delta}$ **(Abklingzeit)**

2. Fall: $\delta > \omega_0$ **(starke Dämpfung)**

Beide Lösungen für λ sind reell. Somit ergibt sich:

(8) $\phi(t) = \phi_0 \bullet e^{-\delta t} \bullet (e^{\omega t} + e^{-\omega t})$

Das Pendel nähert sich nach seiner Auslenkung asymptotisch der Gleichgewichtslage, ohne diese zu überschreiten.

3. Fall: $\delta = \omega_0$ **(aperiodischer Grenzfall)**

Es gibt nur eine Lösung und sie heisst:

(9) $\phi(t) = (\phi_0 + bt)e^{-\delta t}$

Die Zeit zum Erreichen der Gleichgewichtslage ist in diesem Fall minimal.

Erzwungene Schwingung

Das Drehpendel kann durch einen Motor zu erzwungenen Schwingungen angeregt werden. Das angreifende Drehmoment M_a ist periodisch und folgt einer Sinusfunktion:

(10) $M_a = M_0 \sin \omega_a t$ **(**ω_a **= Erregerfrequenz)**

Die Bewegungsgleichung heisst dann:

(11) $J\ddot{\phi} + D\phi + k\dot{\phi} = M_0 \sin \omega_a t$

Eine spezielle Lösung erhält man mit:

(12) $$\phi(t) = \frac{M_0}{J} \bullet \frac{1}{\sqrt{(\omega_0 - \omega^2)^2 + \left(\frac{k}{J}\,\omega_a\right)^2}} \bullet \sin(\omega_a t - \alpha)$$

Die Resonanzfrequenz ω_R erhält man, wenn die Funktion (12) ein Maximum hat (Amplitudenresonanz), also wenn der Nenner minimal ist. Eine Extremwertberechnung ergibt folgendes Resultat:

(13) $$\omega_R = \sqrt{\omega_0{}^2 - \frac{k^2}{2J^2}} = \sqrt{\omega_o{}^2 - 2\delta^2}$$

Die Pahsenverschiebung wird zu:

(14) $$\tan\alpha = \frac{2\delta\omega_a}{\omega_0{}^2 - \omega_a{}^2}$$

Messmethoden und Messgeräte:

Die Schwingungsfrequenz des Pendels wird mit den üblichen Mitteln (Stopuhr) bestimmt. Die Erregerfrequenz kann mit einem Voltmeter gemessen werden, weil die Drehzahl des Motors proportional zur Drehfrequenz ist.

Durchführung des Experiments:

1. Bestimmen Sie die Eigenfrequenz des ungedämpften Pendels
2. Für mehrere Stromstärken der Wirbelstrombremse soll die Abklingzeit bestimmt werden.
3. Durch Erhöhung der Dämpfung soll der Kriechfall realisiert werden. Bei welcher Stromstärke wird das Drehpendel gerade aperiodisch gedämpft?
4. Ermitteln Sie für zwei Dämpfungswerte die Resonanzkurven.

Es gibt des Ausdruck "Resonanzkatastrophe". Erklären Sie, was damit ausgesagt werden soll.