

**Ziel:**

Es soll das Direktionsmoment (Winkelrichtgrösse) einer Spiralfeder und das Trägheitsmoment verschiedener Körper bestimmt werden. Die experimentell ermittelten Werte für das Trägheitsmoment sollen mit dem theoretisch zu erwartenden Wert verglichen werden.

**Methoden:**

Das Direktionsmoment und die Trägheitsmomente werden dynamisch, also aus den Schwingungsdaten des Systems bestimmt.

**Erläuterungen:**

Die dynamische Messung des Direktionsmoments hat gegenüber einer statischen Messung mit einer Federwaage den Vorteil grösserer Genauigkeit. Allerdings muss das Drehmoment eines Körpers bekannt sein. Das Drehmoment eines Zylinders mit bekannten Massen kann aber leicht berechnet werden.

**Theorie:**

Dynamik, Rotation, Kraft, Drehmoment, Drehimpuls, Trägheitsmoment, Steinerscher Satz, Schwingungen

**Literatur:**

Lehrbuch: Metzler, S. 66 ff., S. 102 ff.

Physikalisches Praktikum: Ilberg, S. 70 ff., S. 86 ff.

**Geräte:**

- 1 Drillachse
- 1 Kugel
- 1 Holzscheibe
- 1 Hohlzylinder
- 1 Vollzylinder
- 1 Untersatz für Zylinder
- 1 Stab mit verschiebbaren Massen

**Name:** .....

**Klasse:** TC 2

**Datum:** .....

**Beurteilung:**

Genauigkeit der Messungen .....

Fehlerrechnung .....

Fehlerdiskussion .....

Protokoll .....

Gesamtnote .....

## Grundlagen:

Ein Drehtisch besteht aus einer horizontal liegenden Platte, die starr mit einer gut gelagerten, vertikalen Achse verbunden ist. An der Achse ist das innere Ende einer Spiralfeder befestigt. Das äussere Ende der Feder ist am Gehäuse des Drehtisches angeschraubt. Auf dem Drehtisch können verschiedene Körper befestigt werden.

Wird der Drehtisch aus der Ruhelage ausgelenkt, führt er Schwingungen aus. Dabei ist das rücktreibende Drehmoment proportional zur Auslenkung  $j$ . Unter Vernachlässigung der Reibung erhält man den Ansatz:

$$(1) \quad j'' = -Dj \quad (J = \text{Trägheitsmoment des Tisches, } D = \text{Direktionsmoment der Feder})$$

Die Differentialgleichung (1) kann mit dem Ansatz  $j = j(t) = c_1 \cos \omega t + c_2 \sin \omega t$  gelöst werden. Dabei erhält man die Beziehung

$$(2) \quad \omega^2 = \frac{D}{J}$$

Aus  $\omega$  kann die Periodenlänge  $T$  des schwingenden Systems berechnet werden. Es gilt:

$$(3) \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

und für die Beziehung zwischen  $T$  und  $J$ :

$$(4) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}$$

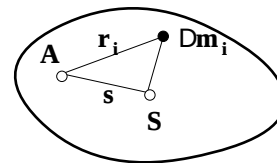
Werden als Anfangsbedingungen ( $t = 0$ ) die Werte  $j = j_0$  und  $j' = 0$  gesetzt, erhält man für  $j$  die Funktionsgleichung:

$$(5) \quad j = j_0 \cos \omega t$$

### Satz von Steiner:

Das Trägheitsmoment  $J$  eines Körpers bezüglich einer Achse  $A$  kann aus dem Trägheitsmoment  $J_S$  bezüglich einer Achse durch den Schwerpunkt, dem Abstand  $r$  der der Achse  $A$  vom Schwerpunkt und der Masse  $m$  des Körpers berechnet werden. Es gilt:

$$(6) \quad J = J_S + ms^2.$$



### Trägheitsmoment des Drehtisches und Direktionsmoment der Feder

In diesem Experiment soll das Trägheitsmoment des Drehtisches dynamisch bestimmt werden. Dazu wird ein Zylinder aus homogenem Material auf den Drehtisch gesetzt. Das Trägheitsmoment des Zylinders kann berechnet werden und ist:

$$(7) \quad J_Z = \frac{1}{2} m_Z R^2 \quad (m_Z = \text{Masse des Zylinders, } R = \text{Radius des Zylinders})$$

Das gesamte System, Drehtisch und aufgesetzter Körper hat das Trägheitsmoment  $J$ :

$$(8) \quad J = J_T + J_K + ms^2 \quad (J_T = \text{Trägheitsmoment des Tisches, } J_K = \text{Trägheitsmoment des aufgesetzten Körpers, } s = \text{Abstand Drehachse - Schwerpunkt})$$

Für  $s = 0$  erhält man für die Schwingungsdauer  $T$ :

$$(9) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{J_T + J_K}{D}}$$

Es werden die Werte für die Schwingungsdauer des Drehtisches allein ( $T_1$ ) und des Drehtisches mit aufgesetztem Zylinder ( $T_2$ ) bestimmt. Für diese Schwingungsdauerwerte gelten die Gleichungen

$$(10a) \quad T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_T}{D}} \quad \text{und} \quad (10b) \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_T + J_Z}{D}}$$

Daraus kann man  $J_T$  und  $D$  berechnen:

$$(11) \quad J_T = J_Z \frac{T_1^2}{T_2^2 - T_1^2}$$

$$(12) \quad D = \frac{4\pi^2}{T_2^2 - T_1^2} J_Z$$

Mit der Gleichung (9) können nun Trägheitsmomente verschiedener Körper bestimmt werden.

**Messmethoden und Messgeräte:****Zeitmessung**

mit einer elektronischen Stoppuhr. Es ist darauf zu achten, dass eine Schwingung eine ganze Hin- und Herbewegung des Pendels bedeutet.

**Längenmessung**

mit der Schieblehre.

**Durchführung des Experiments:**

Zunächst wird die Schwingungsdauer des Drehtisches (= Drillachse mit Untersatz für Zylinder) alleine, dann mit zentral aufgesetztem Vollzylinder gemessen. Mit den Gleichungen (11) und (12) kann das Direktionsmoment der Feder und das Trägheitsmoment des Drehtisches berechnet werden.

Anschliessend sollen die Trägheitsmomente folgender Körper bestimmt werden:

- a) Hohlzylinder, Drehachse gleich Zylinderachse
- b) Flache Holzscheibe, Achse senkrecht zur Kreisfläche durch den Mittelpunkt
- c) Kugel, Achse durch den Mittelpunkt
- d) Stab, Achse senkrecht zum Stab durch die Stabmitte
- e) Zwei Massenpunkte, die im selben Abstand von der Achse angebracht sind (3 verschiedenen Abstände einstellen)

Das Trägheitsmoment der Drillachse alleine kann bei b) - e) vernachlässigt werden.