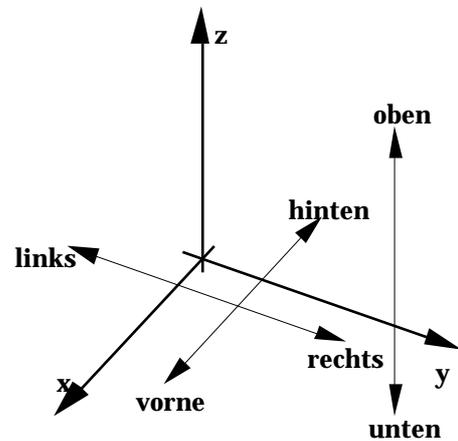


- 1) Zeichnen Sie folgende Objekte: (PQ), CD, (RS), einen Strahl, einen Speer
- 2)
  - a) Wieviele Geraden kann man durch einen Punkt zeichnen?
  - b) Wieviele Linien kann man durch 2 Punkte zeichnen?
  - c) Wieviele Linien kann man durch 3 Punkte zeichnen?
  - d) Wieviele Geraden kann man durch 3 verschiedene Punkte eines Kreises zeichnen?
- 3) Zeichnen Sie einen Streckenzug AC CX XB BA.  
Was stellt dieser Streckenzug dar?
- 4)
  - a) Wieviele Ebenen kann man durch einen Punkt legen?
  - b) Wieviele Ebenen kann man durch 2 Punkte legen?
  - c) Wieviele Ebenen kann man durch 3 Punkte legen, welche nicht auf einer Gerade liegen?
- 5) Zeichnen Sie in einem zweidimensionalen kartesischen Koordinatensystem folgende Punkte:
  - a) A(3/-4)
  - b) B(-2/5)
  - c) C(0/5)
  - d) D(-4/-1)
 In welchem Quadranten liegen die Punkte A, B, C, D?
- 6) Beschreiben Sie mit den Begriffen 'vorne', 'hinten', 'links', 'rechts' und 'oben', 'unten' die Lage folgender Punkte:

- a) A(3/2/-1)
- b) B(-4/7/-12)
- c) C(3/-6/0)
- d) D(-5/-1/-10)
- e) E(2/-5/-7)
- f) F(-2/0/4)
- g) G(0/-2/9)
- h) H(2/-4/12)



- 7) Zeichnen Sie in einem kartesischen Koordinatensystem die durch die angegebenen Punkte definierten Objekte:
  - a) (PQ) mit P(2/-3), Q(-4/1)
  - b) AB mit A(-3/-5), B(3/-1,5)
- 8) Geben Sie die Polarkoordinaten der folgenden Punkte an (Messen mit dem Geo-Dreieck):
  - a) A(3/-4)
  - b) B(-2/5)
  - c) C(0/5)
  - d) D(-4/-1)

- 1) Verwandeln Sie in Meter:
 

a) 32 km	b) 17,5 mm	c) 321 $\mu\text{m}$	d) 540000 cm
----------	------------	----------------------	--------------
- 2) Verwandeln Sie in cm:
 

a) 298 m	b) 0,00732 km	c) 932700 nm	d) 0,0002 mm
----------	---------------	--------------	--------------
- 3) Verwandeln Sie in  $\mu\text{m}$ :
 

a) 480 mm	b) 0,0000375 km	c) 45,3 cm	d) 0,0027 mm
-----------	-----------------	------------	--------------
- 4) Schreiben Sie mit Zehnerpotenzen: Beispiel:  $3789,5 \text{ m} = 3,7895 \cdot 10^3 \text{ m}$ 

a) 59827,6 $\mu\text{m}$	b) 0,00045 mm	c) 0,00026 cm	d) 988000000 km
--------------------------	---------------	---------------	-----------------
- 5) Verwandeln Sie die Grössen aus Aufgabe 4) in Meter (Zehnerpotenzendarstellung).
- 6) Verwandeln Sie in Sekunden:
 

a) 3 Stunden 22 Minuten	b) 15,74 Stunden
-------------------------	------------------
- 7) Verwandeln Sie in Stunden:
 

a) 7345 Minuten	b) 23579 Sekunden
-----------------	-------------------
- 8) Verwandeln Sie in  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ :
 

a) $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$	b) $16 \frac{\text{dm}}{\text{min}}$	c) $0,3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$	d) $212 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
-------------------------------------	--------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------
- 9) Verwandeln Sie in  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ :
 

a) $36 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	b) $217 \frac{\text{dm}}{\text{min}}$	c) $9 \frac{\text{km}}{\text{s}}$	d) $0,12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
-----------------------------------	---------------------------------------	-----------------------------------	-------------------------------------
- 10) Verwandeln Sie in Ws:
 

a) 175 kWh	b) 0,012 kWh
------------	--------------
- 11) Verwandeln Sie in kWh:
 

a) 0,36 Ws	b) 154 Ws
------------	-----------
- 12) Bestimmen Sie das grösste gemeinsame Mass der Strecken a und b:
 

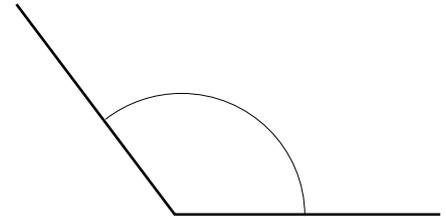
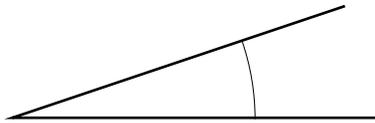
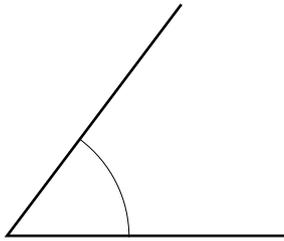
a) a = 13,2 cm, b = 7,2 cm	b) a = 17,5 m, b = 124 dm
c) a = 171 mm, b = 18 cm	d) a = 12,5 dm, b = 152 cm
- 13) Sind die Strecken a und b massverwandt?
 

a) a = 3 cm, b = 7,5 mm	b) a = $\sqrt{3}$ cm, b = $\sqrt{2}$ cm
c) a = $\sqrt{7}$ cm, b = $\sqrt{98}$ cm	d) Seite und Diagonale im Quadrat

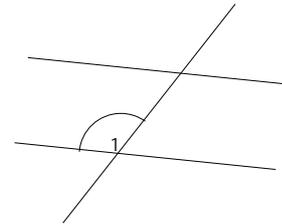
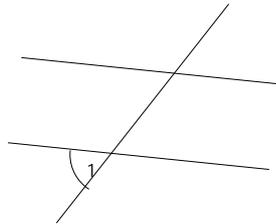
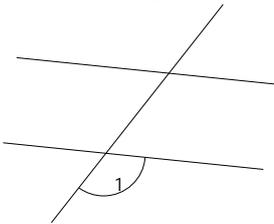
**Lösungen:**

- |                             |                                      |  |                                     |
|-----------------------------|--------------------------------------|--|-------------------------------------|
| 1) a) 32'000 m              | 4) a) $5,98 \cdot 10^4 \mu\text{m}$  | 8) a) $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$     | 10) a) $6,3 \cdot 10^8 \text{ Ws}$  |
| b) 0,0175 m                 | b) $4,5 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$    | b) $0,0267 \frac{\text{m}}{\text{s}}$    | b) 43'200 Ws                        |
| c) 0,000321 m               | c) $2,6 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$    | c) $300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$       | 11) a) $10^{-7} \text{ kWh}$        |
| d) 5'400 m                  | d) $9,88 \cdot 10^8 \text{ km}$      | d) $58,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$      | b) $4,28 \cdot 10^{-5} \text{ kWh}$ |
| 2) a) 29'800 cm             | 5) a) $5,98 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ | 9) a) $129,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ | 12) a) 1,2 cm                       |
| b) 732 cm                   | b) $4,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$     | b) $1,302 \frac{\text{km}}{\text{h}}$    | b) 1 dm                             |
| c) 0,09327 cm               | c) $2,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}$     | c) $32'400 \frac{\text{km}}{\text{h}}$   | c) 9 mm                             |
| d) 0,00002 cm               | d) $9,88 \cdot 10^{11} \text{ m}$    | d) $0,432 \frac{\text{km}}{\text{h}}$    | d) 1 cm                             |
| 3) a) 480'000 $\mu\text{m}$ | 6) a) 12'120 s                       |  |                                     |
| b) 37'500 $\mu\text{m}$     | b) 56'664 s                          |  |                                     |
| c) 453'000 $\mu\text{m}$    | 7) a) 122,42 h                       |  |                                     |
| d) 2,7 $\mu\text{m}$        | b) 6,55 h                            |  |                                     |

- 1) Gegeben sind die Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$ . Konstruieren Sie  $\alpha + \beta$ ,  $\alpha - \beta$ ,  $2\alpha$ ,  $2\beta$ ,  $\alpha + 3\beta$ .



- 2) Gegeben sind die Winkel  $\alpha = 23^\circ 44' 12''$ ,  $\beta = 56^\circ 27' 38''$ ,  $\gamma = 12^\circ 13' 55''$ . Berechnen Sie:  
 a)  $2\alpha + \beta$       b)  $\alpha + 3\beta$       c)  $4\gamma - \alpha + 3\beta$       d)  $(2\alpha - \beta) : 3$
- 3) Verwandeln Sie die folgenden Winkel in Grad, Minuten, Sekunden. Beispiel:  $23,24^\circ = 23^\circ 14' 24''$   
 a)  $57,16^\circ$       b)  $13,125^\circ$       c)  $22,97^\circ$       d)  $128,327^\circ$
- 4) Verwandeln Sie in Grad. Beispiel:  $48^\circ 13' 54'' = 48,232^\circ$   
 a)  $7^\circ 12' 24''$       b)  $148^\circ 48''$       c)  $90^\circ 56' 44''$       d)  $33^\circ 13' 57''$
- 5) Die Differenz zweier Nebenwinkel beträgt  $8^\circ 12'$ . Wie gross sind die beiden Winkel?
- 6) Das Dreifache eines Winkels ist gleich seinem Supplementwinkel. Wie gross ist dieser Winkel?
- 7) Die Summe von zwei Scheitelwinkel ist  $112^\circ 13' 14''$ . Wie gross sind die beiden Winkel?
- 8) Zeichnen Sie einen Stufenwinkel zu  $\alpha_1$ , einen Wechselwinkel zu  $\alpha_1$  und einen entgegengesetzten Winkel zu  $\alpha_1$ .



- 9) Welchen Winkel schliessen die Zeiger einer Uhr zur angegebenen Zeit ein?  
 a) 9:24 Uhr      b) 15:37 Uhr      c) 7:35 Uhr      d) 22:54 Uhr

**Lösungen:**

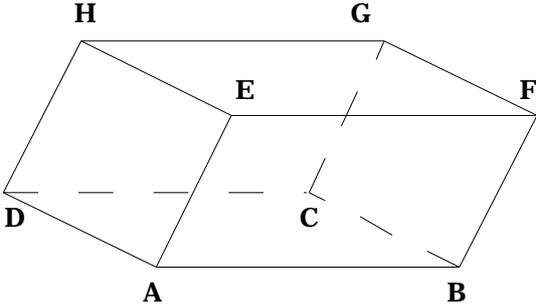
- |                          |                                |                       |
|--------------------------|--------------------------------|-----------------------|
| 1) -                     | c) $22^\circ 58' 12''$         | 7) $56^\circ 6' 37''$ |
| 2) a) $91^\circ 42' 7''$ | d) $128^\circ 19' 37,2''$      | 8) -                  |
| b) $217^\circ 34' 56''$  | 4) a) $7,206^\circ$            | 9) a) $138^\circ$     |
| c) $194^\circ 34' 22''$  | b) $148,013^\circ$             | b) $113,5^\circ$      |
| d) $-2^\circ 59' 44,7''$ | c) $90,95^\circ$               | c) $17,5^\circ$       |
| 3) a) $57^\circ 9' 36''$ | d) $33,2325^\circ$             | d) $3^\circ$          |
| b) $13^\circ 7' 30''$    | 5) $85^\circ 54'; 94^\circ 6'$ |                       |
|                          | 6) $45^\circ$                  |                       |



- 1) Zeichnen Sie drei Vektoren  $a, b, c$  in der Ebene und konstruieren Sie den Vektor  $d = a - 2b + \frac{1}{2}c$  und den Vektor  $e$ , sodass gilt:  $a - 2b + e = c$ .
- 2) Es sind  $x$  und  $y$  so zu finden, dass  $\frac{x}{3} = \frac{2}{x+y}$  gilt.
- 3) Es sind  $x, y$  und  $z$  so zu finden, dass  $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  gilt.
- 4) Gegeben sind die Vektoren  $a = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $c = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}$ .  
Berechnen Sie die Komponenten von  $d = 3a - 2b - c$ .
- 5) Gegeben sind die Vektoren  $a = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $c = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ .  
Berechnen Sie die Komponenten von  $d = a + 2b - \frac{1}{2}c$ .
- 6) In einem Parallelogramm ABCD mit  $AB = a$  und  $AD = b$  sollen die Vektoren AC, CB und BD durch  $a$  und  $b$  ausgedrückt werden.
- 7) Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunktes der Strecke  $\overline{AB}$ .  
a) A(3/-6), B(-4/2)                      b) A(-2/3/-8), B(5/-2/-1)                      c) A( $r_A$ ), B( $r_B$ )
- 8) Berechnen Sie den Schwerpunkt des Dreiecks ABC.  
a) A(-2/3/6), B(1/0/8), C(2/-3/5)                      b) allgemein
- 9) Berechnen Sie den Vektor  $x$  aus der Gleichung:  $\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - 4x = \begin{pmatrix} 2 \\ 14 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$
- 10) Sind  $u, v, w$  die Vektoren von den Ecken eines Dreiecks zum Schwerpunkt, so ist  $u + v + w = o$ . Beweisen Sie diese Behauptung!

**Lösungen:**

- 1) -
- 2)  $x = 2, y = 1$
- 3)  $x = 2, y = 3, z = -2$
- 4)  $d = \begin{pmatrix} -13 \\ 19 \end{pmatrix}$
- 5)  $d = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$
- 6)  $AC = a + b, CB = -b, BD = -a + b$
- 7) a) M(-0,5/-2)  
b) M(1,5/0,5/-4,5)  
c)  $r_M = \frac{1}{2}(r_A + r_B)$
- 8) a)  $S\left(\frac{1}{3} / 0 / \frac{19}{3}\right)$   
b)  $r_S = \frac{1}{3}(r_A + r_B + r_C)$
- 9)  $x = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- 10) -

- 1) Gegeben seien  $a = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$  und  $b = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie  $a + b$ ,  $2a - 7b$ ,  $|a|$ ,  $|b|$
- 2) Bestimmen Sie den Einheitsvektor zum angegebenen Vektor: a)  $a = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$  b)  $b = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$
- 3) Bestimmen Sie  $x$  so, dass die Punkte  $A(5/-6)$ ,  $B(-7/-3)$  und  $C(x/5)$  auf einer Geraden liegen
- 4) Gegeben sind die Vektoren  $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $c = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $d = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Bestimmen Sie  $k$  so, dass  
a)  $2a - \frac{1}{2}b + 3c - 4d$  und  $\begin{pmatrix} -4 \\ k \end{pmatrix}$  b)  $3a - \frac{1}{2}b + 2c - 3d$  und  $\begin{pmatrix} k \\ 1 \end{pmatrix}$  parallel sind.
- 5) Von einem Parallelogramm sind drei aufeinanderfolgende Ecken  $A, B, C$  gegeben. Bestimmen Sie die Koordinaten der vierten Ecke  $D$ .  
a)  $A(8/-5)$ ,  $B(-1/-4)$ ,  $C(0/4)$  b)  $A(-4/-4)$ ,  $B(4/-2)$ ,  $C(6/7)$   
c)  $A(-1/8/2)$ ,  $B(4/5/-1)$ ,  $C(2/7/1)$
- 6) Gegeben ist ein Viereck  $ABCD$ . Beweisen Sie, dass es ein Parallelogramm ist:  
a)  $A(4/-2/5)$ ,  $B(7/9/-4)$ ,  $C(9/12/-2)$ ,  $D(6/1/7)$   
b)  $A(0/8/-6)$ ,  $B(-9/5/0)$ ,  $C(4/0/3)$ ,  $D(-13/13/-9)$
- 7) Gegeben ist der Spat  $ABCD/EFGH$  durch  $A(3/-1/2)$ ,  $B(2/1/5)$ ,  $D(-1/2/-4)$  und  $E(5/4/0)$ . Bestimmen Sie folgende Punkte bzw. Vektoren:  
a)  $G$   
b)  $HC$   
c)  $GM_{AC}$   
d)  $HM_{BF}$
- 
- 8) Stellen Sie den Vektor  $c$  als Linearkombination der Vektoren  $a$  und  $b$  dar:  
a)  $a = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $c = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$  b)  $a = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $c = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$   
c)  $a = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} -8 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $c = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$

**Lösungen:**

1)  $\begin{pmatrix} 10 & -43 \\ -1 & -11 \\ 4 & -19 \end{pmatrix} \sqrt{30}; \sqrt{95}$

2) a)  $\begin{pmatrix} 3 \\ \frac{1}{\sqrt{14}} \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

b)  $\begin{pmatrix} 7 \\ \frac{1}{\sqrt{66}} \\ -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

3) -39

4) a) 6

b) 2

5) a)  $D(9/3)$

b)  $D(-2/5)$

c)  $D(-3/10/4)$

6) -

7)  $G(0/9/-3)$ ,

$-3$

$HC = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,

0.5

$GM_{AC} = \begin{pmatrix} -7.5 \\ 3.5 \end{pmatrix}$ ,

2

$HM_{BF} = \begin{pmatrix} -3.5 \\ 10 \end{pmatrix}$

8) a)  $c = a + 3b$

b)  $c = 2a + 7b$

c) nicht möglich

1) Schreiben Sie die Summen aus und berechnen Sie:

a)  $\sum_{i=2}^5 x_i y^i$

b)  $\sum_{n=1} \frac{x^n}{n!}$

c)  $\sum_{k=2}^3 (k-1)a$

d)  $\sum_{k=1}^3 k^k$

e)  $\sum_{k=1}^4 (k+1)(k-1)$

2) Schreiben Sie mit dem Summenzeichen:

a)  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

b)  $\frac{3}{2} + \frac{4}{3} + \frac{5}{4}$

c)  $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4}$

d)  $\frac{1+2^n+3^n+4^n}{n}$

**Lösungen:**

1) a)  $x_2 y^2 + x_3 y^3 + x_4 y^4 + x_5 y^5$

b)  $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \dots$

c)  $3a$

d)  $32$

e)  $26$

2) a)  $\sum_{i=0}^n a_i x^i$

b)  $\sum_{i=2}^4 \frac{i+1}{i}$

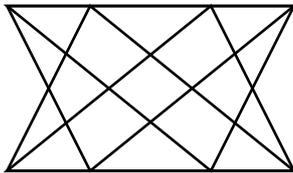
c)  $\sum_{i=1}^4 \frac{x^i}{i}$

d)  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} i^n$

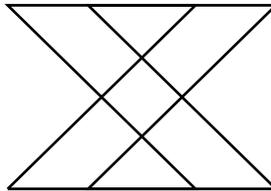
- 1) Das Viereck ABCD mit  $A(3/-2)$ ,  $B(5/1)$ ,  $C(1/6)$  und  $D(-1/2)$  wurde durch eine Geradenspiegelung auf das Viereck A'B'C'D' abgebildet. Von den Bildpunkten ist  $B'(-2/-4)$  bekannt. Konstruieren Sie die noch fehlenden Bildpunkte.

- 2) Wieviele Symmetrieachsen haben die gegebenen Figuren?

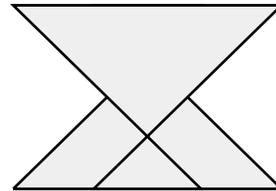
a)



b)



c)



- 3) Der Pfeil PQ wird zuerst an der Geraden  $g_1 = (AB)$ , sein Bild anschliessend an der Geraden  $g_2 = (CD)$  gespiegelt. Welche Abbildung bildet den gegebenen Pfeil direkt auf das letzte Bild ab?  
 $A(0/-4)$ ,  $B(2/4)$ ,  $C(3/-5)$ ,  $D(-3/2)$ ,  $P(4/-5)$ ,  $Q(4/-1)$

- 4) Welche der in Aufgabe 2 angegebenen Figuren ist punktsymmetrisch?

- 5) Das Dreieck ABC wird nacheinander durch zentrische Streckungen  $Z_{Z_1, k_1}$  und  $Z_{Z_2, k_2}$  abgebildet. Bestimmen Sie das resultierende Bild. Durch welche Abbildung könnte man die beiden zentrischen Streckungen ersetzen?

a)  $A(5/-3)$ ,  $B(4/1)$ ,  $C(1/0)$ ,  $Z_1 = Z_2 = Z(0/-1)$ ,  $k_1 = -\frac{3}{5}$ ,  $k_2 = 1,5$

b)  $A(5/-3)$ ,  $B(4/1)$ ,  $C(1/0)$ ,  $Z_1(0/0)$ ,  $k_1 = \frac{5}{4}$ ,  $Z_2(0/-5)$ ,  $k_2 = \frac{4}{5}$

c)  $A(5/-3)$ ,  $B(4/1)$ ,  $C(1/0)$ ,  $Z_1(0/0)$ ,  $k_1 = -\frac{5}{4}$ ,  $Z_2(0/-5)$ ,  $k_2 = \frac{2}{5}$

- 6) Wieviele Geradenspiegelungen müssen in einer zusammengesetzten Abbildung enthalten sein, damit die Bildfigur denselben Umlaufsinn wie das Original hat?

**Lösungen:**

1) -

2) a) 2

b) 2

c) 1

3)  $D_0$ , mit  $g_1 \quad g_2 = \{O\} \quad =$   
2  $(g_1, g_2)$

4) a, b

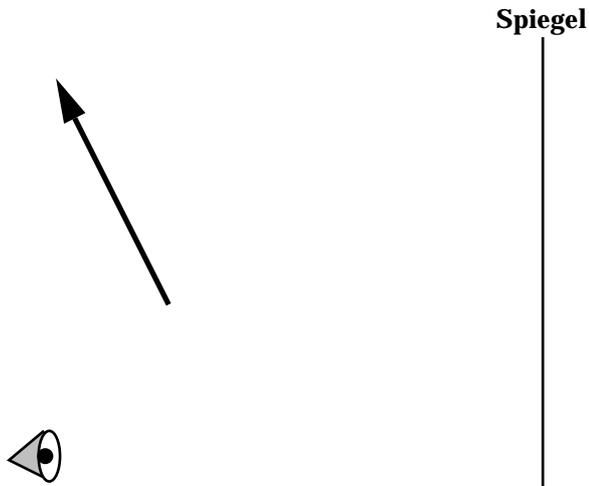
5) a)  $Z_{Z, k_3}$ ,  $k_3 = k_1 k_2 = -\frac{9}{10}$

b)  $V_a$  mit  $a \perp (Z_1 Z_2)$

c)  $Z_{Z_3, k_3}$  mit  $k_3 = k_1 k_2$   
 $Z_3 \quad (Z_1 Z_2)$

6) eine gerade Anzahl

- 1) Das Auge sieht im Spiegel das Bild des gegebenen Pfeils. Konstruieren Sie die Lichtstrahlen, welche vom Anfangspunkt, bzw. von der Spitze des Pfeils kommend in das Auge fallen.

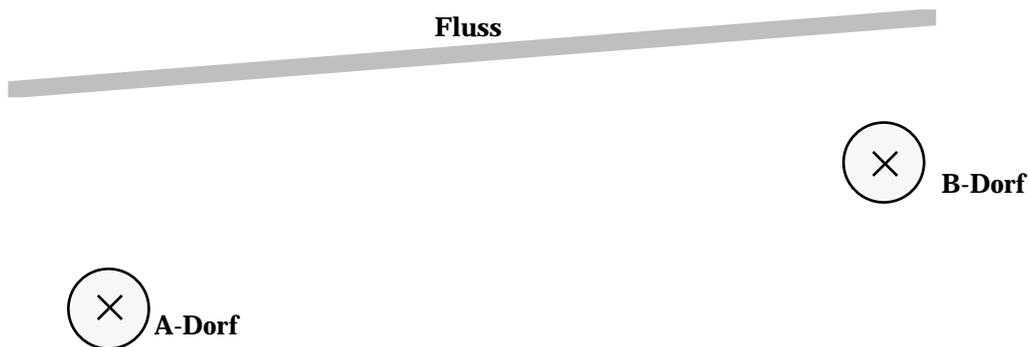


- 2) Wieviele Fixpunkte hat a) eine Streckspiegelung b) eine Drehstreckung?
- 3) Sind die Streckspiegelung bzw. die Drehstreckung geradentreu, parallelentreu, winkeltreu, verhältnistreu, längentreu, flächentreu?
- 4) Ein Dreieck mit den Seiten  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$  und  $c = 6 \text{ cm}$  wird durch eine zentrische Streckung mit dem Streckfaktor  $k = \frac{7}{3}$  abgebildet. Bestimmen Sie die Länge der Seiten des Bilddreiecks.

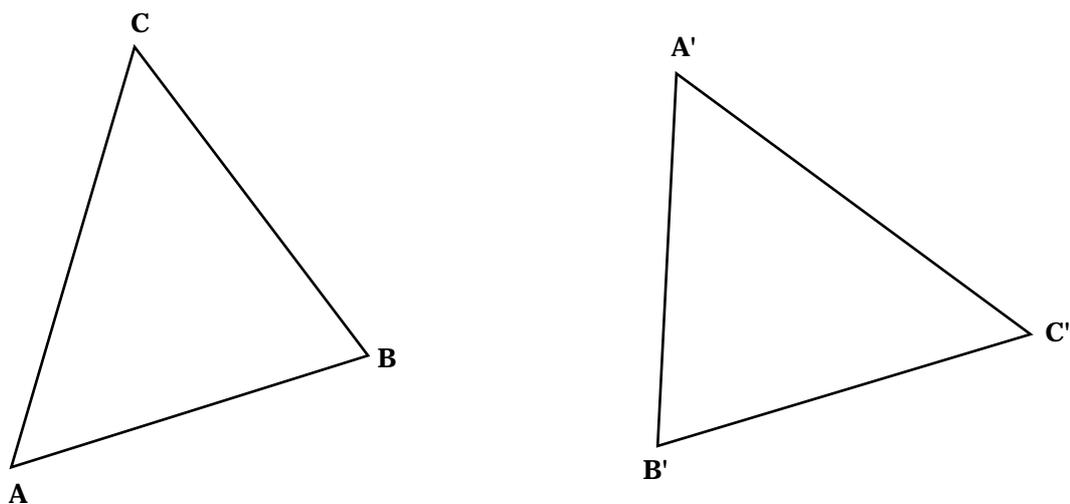
**Lösungen:**

- 1) -
- 2) a) 1  
b) 1
- 3) geradentreu,  
parallelentreu, winkeltreu, verhältnistreu
- 4)  $a' = \frac{35}{3} \text{ cm}$ ,  $b' = 7 \text{ cm}$ ,  $c' = 14 \text{ cm}$

- 1) Konstruieren Sie alle Punkte, welche vom gegebenen Punkt A den Abstand 5 cm und von der Geraden g den Abstand 3 cm haben. Diskutieren Sie die möglichen Fälle bei verschiedenen Lagen des Punktes A zur Geraden g.
- 2) Welche Punkte, die von einem Punkt A mindestens 4 cm entfernt sind, haben von zwei sich schneidenden Geraden denselben Abstand? Diskutieren Sie die verschiedenen Fälle.
- 3) Ein Fussballplatz soll gebaut werden, und zwar gleich weit von A-Dorf wie von B-Dorf und 2000 m vom Fluss entfernt. Konstruieren Sie den Standort für den Fussballplatz.  
(Massstab: 1 km  $\hat{=}$  1 cm)



- 4) Welche Punkte haben von einer Geraden den Abstand 3 cm und von einer zweiten, die erste Gerade schneidenden Gerade den Abstand 2 cm? Konstruieren Sie und diskutieren Sie die verschiedenen Fälle.
- 5) Das Dreieck A'B'C' ist durch Drehung aus dem Dreieck ABC hervorgegangen. Bestimmen Sie Drehpunkt und Drehwinkel. (Konstruktion)



**Lösungen:**

- 1) 5 Fälle
- 2) 3 Fälle
- 3) -

- 4) -
- 5)  $m_{AA'} \quad m_{BB'} = \{O\}, \quad = -110^\circ$

1) Im Dreieck heissen die Innenwinkel  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$ , die Aussenwinkel  $\alpha'$ ,  $\beta'$  und  $\gamma'$ . Berechnen Sie die unbekanntenen Winkel.

a) geg.:  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\beta = 95^\circ$   
ges.:  $\alpha'$ ,  $\beta'$ ,  $\gamma'$

b) geg.:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta' = 75^\circ$   
ges.:  $\alpha'$ ,  $\beta$ ,  $\gamma'$

c) geg.:  $\beta' = 110^\circ$ ,  $\gamma' = 123^\circ$   
ges.:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$

2) Prüfen Sie, ob die Angaben für ein Dreieck möglich sind:

a)  $a = 2$  cm,  $b = 7$  cm,  $c = 3$  cm

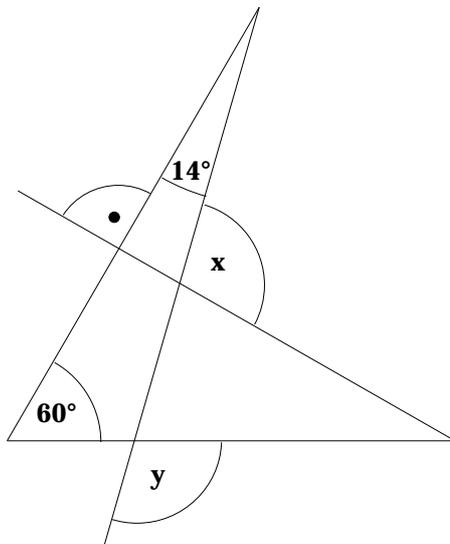
b)  $a = 5,7$  cm;  $b = 3,9$  cm;  $c = 1,7$  cm

c)  $a = 7$  cm,  $b = 13$  cm,  $\gamma = 154^\circ$

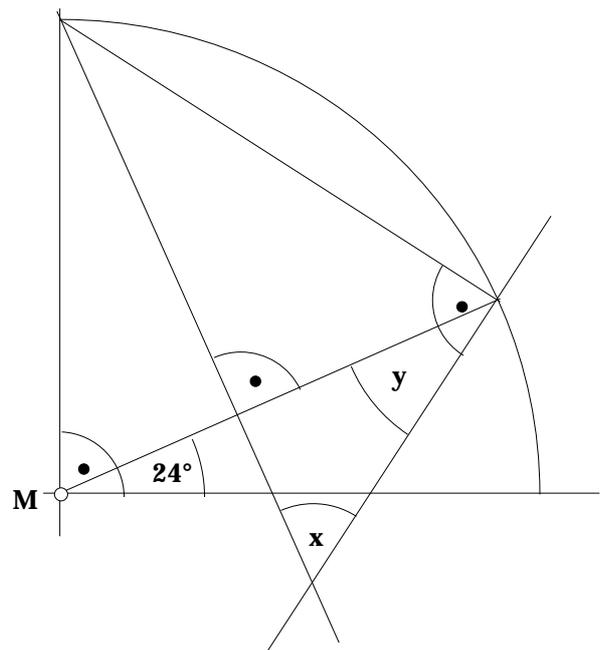
d)  $b = 12$  cm,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 12^\circ$

3) Berechnen Sie die Winkel  $x$  und  $y$ .

a)



b)



**Lösungen:**

1) a)  $\alpha' = 40^\circ$ ,  $\beta' = 135^\circ$ ,  $\gamma' = 140^\circ$ ,  $\gamma = 85^\circ$

b)  $\alpha = 105^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$ ,  $\beta' = 150^\circ$ ,  $\gamma' = 135^\circ$

c)  $\alpha = 70^\circ$ ,  $\beta = 53^\circ$ ,  $\gamma = 57^\circ$ ,  $\beta' = 127^\circ$

2) a) nein

b) nein

c) nein

d) ja

3) a)  $x = 104^\circ$ ,  $y = 106^\circ$

b)  $x = 57^\circ$ ,  $y = 33^\circ$

- 1) Dreieckskonstruktionen:
  - a)  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$ ,  $c = 4,5 \text{ cm}$
  - b)  $b = 4 \text{ cm}$ ,  $c = 2 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 65^\circ$
  - c)  $c = 5 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 75^\circ$ ,  $\beta = 95^\circ$
  - d)  $b = 5 \text{ cm}$ ,  $c = 3 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 40^\circ$
- 2) Dreieckskonstruktionen:
  - a)  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 7 \text{ cm}$ ,  $h_a = 4 \text{ cm}$
  - b)  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $h_b = 4 \text{ cm}$ ,  $h_c = 4,5 \text{ cm}$
  - c)  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 6 \text{ cm}$ ,  $h_c = 3 \text{ cm}$
  - d)  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $h_a = 4 \text{ cm}$ ,  $s_a = 5,5 \text{ cm}$
- 3) Dreieckskonstruktionen: ( $r = \text{Umkreisradius}$ )
  - a)  $b = 5 \text{ cm}$ ,  $c = 3 \text{ cm}$ ,  $r = 4 \text{ cm}$
  - b)  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $r = 3,5 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 45^\circ$
  - c)  $r = 4 \text{ cm}$ ,  $h_a = 6 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 50^\circ$
  - d)  $b = 5 \text{ cm}$ ,  $r = 4 \text{ cm}$ ,  $s_b = 4,5 \text{ cm}$
- 4) Dreieckskonstruktionen: ( $w = \text{Inkreisradius}$ )
  - a)  $a = 6 \text{ cm}$ ,  $w = 4 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 50^\circ$
  - b)  $w = 2 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 50^\circ$ ,  $\beta = 70^\circ$
  - c)  $a = 6 \text{ cm}$ ,  $w = 2 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 40^\circ$
  - d)  $h_a = 4 \text{ cm}$ ,  $w = 4,5 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 80^\circ$
- 5) Dreieckskonstruktionen:
  - a)  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $s_b = 4 \text{ cm}$ ,  $s_c = 4,5 \text{ cm}$
  - b)  $b = 6 \text{ cm}$ ,  $s_c = 4 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 55^\circ$
  - c)  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $h_c = 3 \text{ cm}$ ,  $s_c = 3,5 \text{ cm}$
  - d)  $c = 6 \text{ cm}$ ,  $s_a = 4,7 \text{ cm}$ ,  $s_c = 3,7 \text{ cm}$
- 6) Dreieckskonstruktionen:
  - a)  $a + b = 12 \text{ cm}$ ,  $h_b = 4 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 70^\circ$
  - b)  $b + c = 10 \text{ cm}$ ,  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 65^\circ$
  - c)  $a + c = 9 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 80^\circ$ ,  $\beta = 70^\circ$
  - d)  $b + c = 10 \text{ cm}$ ,  $h_a = 5 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 70^\circ$
- 7) Dreieckskonstruktionen:
  - a)  $a - b = 2 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 54^\circ$ ,  $\beta = 42^\circ$
  - b)  $b - c = 1,5 \text{ cm}$ ,  $a = 6 \text{ cm}$ ,  $h_c = 4 \text{ cm}$
  - c)  $b - a = 3 \text{ cm}$ ,  $c = 6 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 50^\circ$
  - d)  $c - b = 2 \text{ cm}$ ,  $a = 4 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 80^\circ$

**Lösungen:**

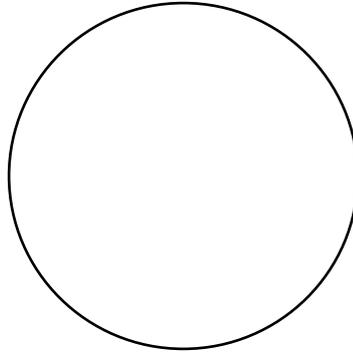
- 1) -
- 2) Tip: mit der Höhe beginnen ist oft vorteilhaft (Höhenstreifen)
- 3) -
- 4) Tip: kongruente Teildreiecke auf beiden Seiten der Winkelhalbierenden
- 5) Tip: Der Schwerpunkt teilt die Schwerlinien im Verhältnis 2 : 1
- 6) Tip: Durch Drehen einer Seite erhält man ein gleichschenkliges Dreieck
- 7) Tip: Durch Drehen einer Seite erhält man ein gleichschenkliges Dreieck

- 1) **Konstruieren Sie das Viereck:**
  - a)  $a = 5 \text{ cm}, b = 4 \text{ cm}, c = 6 \text{ cm}, d = 5.5 \text{ cm}, \angle = 70^\circ$
  - b)  $a = 5 \text{ cm}, b = 4 \text{ cm}, \angle = 70^\circ, \angle = 100^\circ, \angle = 130^\circ$
  - c)  $a = 5 \text{ cm}, c = 3 \text{ cm}, \angle = 70^\circ, \angle = 80^\circ, \angle = 110^\circ$
  - d)  $b = 5 \text{ cm}, c = 4 \text{ cm}, d = 6 \text{ cm}, \angle = 80^\circ, \angle = 60^\circ, \angle = 130^\circ$
- 2) **Konstruieren Sie das Viereck:**
  - a)  $a = 5 \text{ cm}, c = 3 \text{ cm}, e = 7 \text{ cm}, f = 6 \text{ cm}, \angle = 70^\circ$
  - b)  $a = 3 \text{ cm}, e = 7 \text{ cm}, f = 6 \text{ cm}, \angle = 70^\circ, \angle = 40^\circ$
  - c)  $a = 4 \text{ cm}, e = 7 \text{ cm}, f = 6 \text{ cm}, \angle = 80^\circ, \angle = (e,f) = 120^\circ$
  - d)  $b = 5 \text{ cm}, e = 6 \text{ cm}, f = 8 \text{ cm}, \angle = 40^\circ, \angle = 130^\circ$
- 3) **Konstruieren Sie das Trapez:**
  - a)  $a = 7 \text{ cm}, b = 4 \text{ cm}, c = 3 \text{ cm}, \angle = 50^\circ$
  - b)  $a = 7 \text{ cm}, b = 4 \text{ cm}, c = 2 \text{ cm}, d = 3 \text{ cm}$
  - c)  $b = 3 \text{ cm}, c = 5 \text{ cm}, \angle = 40^\circ, \angle = 110^\circ$
  - d)  $b = 4 \text{ cm}, d = 3 \text{ cm}, \angle = 70^\circ, \angle = 115^\circ$
- 4) **Konstruieren Sie das Trapez:**
  - a)  $a = 5 \text{ cm}, c = 2 \text{ cm}, h = 3 \text{ cm}, \angle = 120^\circ$
  - b)  $b = 4 \text{ cm}, c = 4 \text{ cm}, d = 3 \text{ cm}, h = 2 \text{ cm}$
  - c)  $b = 4 \text{ cm}, h = 3 \text{ cm}, \angle = 130^\circ, \angle = 55^\circ$
  - d)  $d = 4 \text{ cm}, m = 6 \text{ cm}, \angle = 80^\circ, \angle = 130^\circ$
- 5) **Konstruieren Sie das gleichschenkelige Trapez:**
  - a)  $a = 6 \text{ cm}, b = 4 \text{ cm}, c = 3 \text{ cm}$
  - b)  $b = 4 \text{ cm}, e = 7 \text{ cm}, \angle = 50^\circ$
  - c)  $a = 5 \text{ cm}, r = 4 \text{ cm}, \angle = 120^\circ$
- 6) **Konstruieren Sie das Drachenviereck:**
  - a)  $a = 3 \text{ cm}, b = 5 \text{ cm}, \angle = 130^\circ$
  - b)  $a = 4 \text{ cm}, e = 6 \text{ cm}, f = 4 \text{ cm}$
  - c)  $b = 5 \text{ cm}, \angle = 130^\circ, f = 4 \text{ cm}$
  - d)  $\angle = 3 \text{ cm}, \angle = 100^\circ, \angle = 40^\circ$
- 7) **Konstruieren Sie das Parallelogramm:**
  - a)  $a = 5 \text{ cm}, b = 4 \text{ cm}, e = 7 \text{ cm}$
  - b)  $a = 4 \text{ cm}, f = 5 \text{ cm}, \angle = 80^\circ$
  - c)  $b = 3 \text{ cm}, e = 7 \text{ cm}, f = 5 \text{ cm}$
  - d)  $a = 7 \text{ cm}, e = 8 \text{ cm}, h_a = 4 \text{ cm}$
- 8) **Konstruieren Sie das Parallelogramm:**
  - a)  $a = 7 \text{ cm}, e = 8 \text{ cm}, h_b = 4 \text{ cm}$
  - b)  $a = 7 \text{ cm}, h_a = 4 \text{ cm}, h_b = 5 \text{ cm}$
  - c)  $e = 7 \text{ cm}, f = 5 \text{ cm}, h_a = 4 \text{ cm}$
  - d)  $e = 7 \text{ cm}, h_a = 4 \text{ cm}, \angle = 100^\circ$
- 9) **Konstruieren Sie einen Rhombus:**
  - a)  $a = 4 \text{ cm}, e = 7 \text{ cm}$
  - b)  $e = 7 \text{ cm}, \angle = 70^\circ$
  - c)  $\angle = 2 \text{ cm}, f = 6 \text{ cm}$
  - d)  $a = 5 \text{ cm}, \angle = (e,f) = 120^\circ$

**Lösungen:**

- 1) d) nicht konstruierbar
- 2) a) Tip: Ortsbogen für  $\angle$  über  $f$
- 3) a) Tip: In der Angabenskizze  $c$  auf  $a$  legen.
  - b) wie a)
  - c) -
  - d) nicht konstruierbar
- 4) a) Tip: mit Höhenstreifen beginnen
  - b) Tip: Höhenstreifen
  - c) nicht konstruierbar
  - d) Tip: mit  $m$  beginnen
- 5) a) Tip:  $c$  auf  $a$  legen
  - b) -
  - c) nicht konstruierbar
- 6) Tip: Symmetrie bezüglich der Diagonale  $e$
- 7) a) -
  - b) -
  - c) Tip:  $e$  und  $f$  halbieren einander
  - d) -
- 8) a) Tip: Höhenstreifen  $h_b$ 
  - b) Tip:  $h_b$   $b$  Thaleskreis
  - c) Tip: Höhenstreifen,  $e$  und  $f$  halbieren einander
  - d) Tip: Höhenstreifen
- 9) a) -
  - b) -
  - c) Tip: Tangenten an den Inkreis, Thaleskreis
  - d) nicht konstruierbar

- 1) Drei Punkte A, B und C, welche nicht auf einer Geraden liegen, bestimmen einen Kreis. Konstruieren Sie bei gegebenen Punkten A, B und C die Kreislinie.
- 2) Konstruieren Sie den Mittelpunkt des gegebenen Kreises:



- 3) Durch einen Punkt P im Inneren eines Kreises mit Radius  $r = 3$  cm soll eine Sehne der Länge  $s = 5$  cm gelegt werden.
- 4) In einem Kreis mit Radius  $r = 3$  cm soll parallel zu einer gegebenen Geraden  $g$  eine Sehne von 5 cm Länge gezeichnet werden.
- 5) Durch einen festen Punkt P ausserhalb des Kreises mit dem Radius  $r = 3$  cm soll eine Kreissekante gelegt werden, auf welcher der Kreis eine Sehne von  $s = 5$  cm abschneidet.
- 6) In einem Kreis mit dem Radius  $r = 3$  cm ist eine Sehne  $s$  mit der Länge von 5 cm eingezeichnet. Durch einen Punkt P ausserhalb des Kreises soll eine Kreissekante gelegt werden, bei welcher die auf der Sekante liegende Sehne durch die gezeichnete Sehne  $s$  halbiert wird.
- 7) Gegeben sind zwei sich schneidende Geraden  $g_1$  und  $g_2$  und ein Punkt P. Konstruieren Sie alle Kreise, welche die beiden Geraden berühren und durch P gehen. Diskutieren Sie verschiedene Lagen von P bezüglich der Geraden.
- 8) Gegeben sind zwei sich schneidende Geraden  $g_1$  und  $g_2$  und ein Punkt P. Konstruieren Sie alle Kreise mit dem Mittelpunkt auf  $g_1$ , welche die Gerade  $g_2$  berühren und durch P gehen. Diskutieren Sie verschiedene Lagen von P bezüglich der Geraden.
- 9) Gegeben ist ein Kreis  $k$  und eine Gerade  $g$ . Konstruieren Sie die Tangenten an den Kreis, welche senkrecht zur Geraden  $g$  stehen.

**Lösungen:**

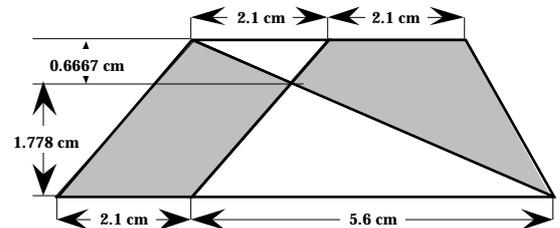
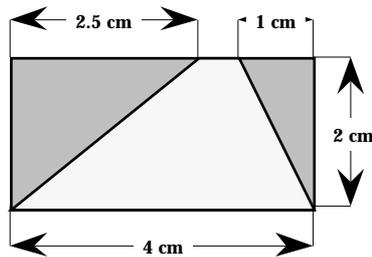
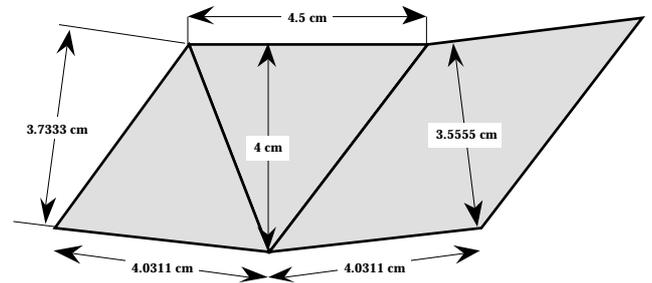
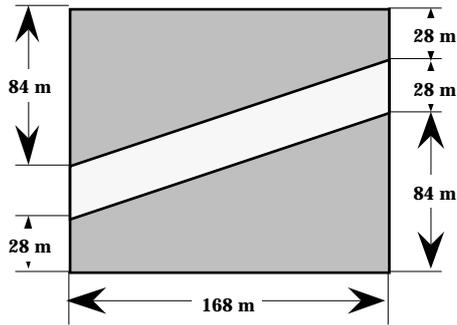
- 1) Tip: Mittelsenkrechte der Sehnen
- 2) wie 1)
- 3) Tip: Sehnen gleicher Länge berühren einen zum gegebenen Kreis konzentrischen Kreis.
- 4) wie 3)
- 5) wie 3)
- 6) wie 3)
- 7) Tip: M Winkelhalbierende
- 8) Tip: Zentrische Streckung mit Kreismittelpunkt als Zentrum
- 9) -

- 1) Von welchen Punkten aus sieht man eine Strecke  $a = 5 \text{ cm}$  unter dem Winkel von  $70^\circ$ ?
- 2) Konstruieren Sie das Dreieck mit
  - a)  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $s_a = 3 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 80^\circ$
  - b)  $c = 9 \text{ cm}$ ,  $h_c = 3.5 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 75^\circ$
- 3) Konstruieren Sie in einem Dreieck jenen Punkt, von welchem man alle drei Seiten unter demselben Winkel sieht.
- 4) Von einem Punkt ausserhalb eines Kreises soll eine Sekante gezogen werden, welche von der Kreislinie ein Bogenstück mit dem Zentriwinkel  $\alpha = 75^\circ$  abschneidet.
- 5) Konstruieren Sie ein Parallelogramm mit  $e = 7 \text{ cm}$ ,  $f = 5 \text{ cm}$  und  $\alpha = 50^\circ$ .
- 6) Konstruieren Sie ein Sehnenviereck:
  - a)  $a = 4 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$ ,  $c = 3.5 \text{ cm}$ ,  $r = 2.5 \text{ cm}$
  - b)  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $d = 2 \text{ cm}$ ,  $e = 6.5 \text{ cm}$ ,  $r = 3.5 \text{ cm}$
  - c)  $a = 3 \text{ cm}$ ,  $b = 6.5 \text{ cm}$ ,  $f = 5.5 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 100^\circ$
  - d)  $c = 4 \text{ cm}$ ,  $f = 5 \text{ cm}$ ,  $r = 3 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 60^\circ$
- 7) Konstruieren Sie ein Tangentenviereck:
  - a)  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$ ,  $c = 3.5 \text{ cm}$ ,  $e = 6 \text{ cm}$ ,
  - b)  $b = 7 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 130^\circ$ ,  $\beta = 80^\circ$ ,  $\gamma = 70^\circ$
  - c)  $a = 4 \text{ cm}$ ,  $e = 6 \text{ cm}$ ,  $f = 2.2 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 97^\circ$
  - d)  $f = 6 \text{ cm}$ ,  $g = 1.8 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 80^\circ$ ,  $\beta = 107^\circ$

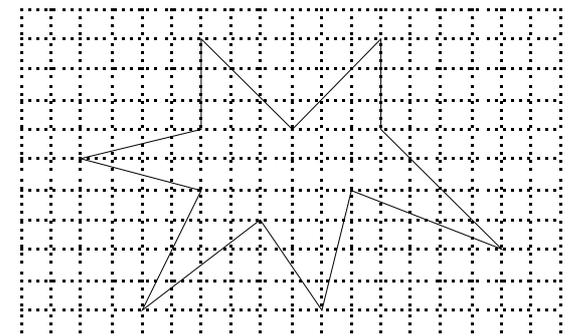
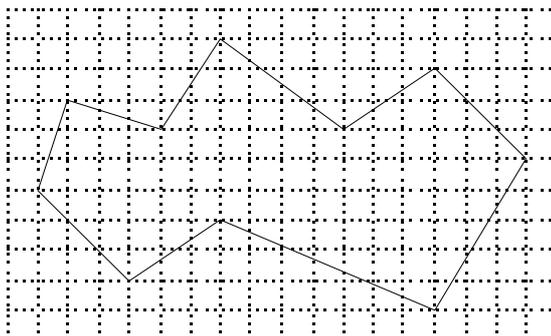
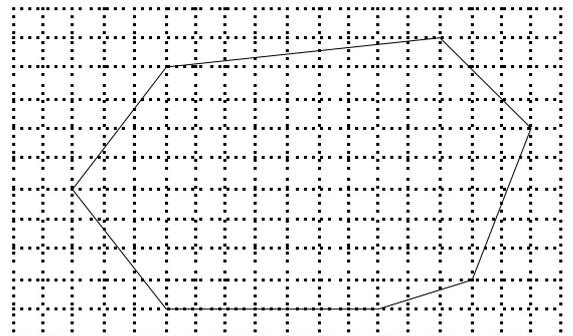
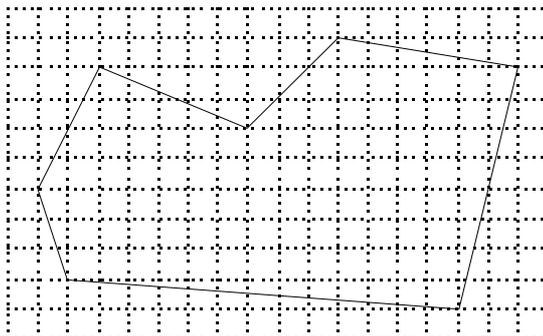
**Lösungen:**

- 1) Tip: Ortsbogen über  $a$
- 2) Tip: Ortsbogen über der dem Winkel gegenüberliegenden Seite
- 3) Tip: Ortsbogen über den Seiten mit dem Winkel von  $120^\circ$
- 4) Tip: Drehung des Zentriwinkels
- 5) Tip: Ortsbogen über  $f$
- 6) a) Tip: Mit Umkreis beginnen  
 b) wie a)  
 c) Tip:  $\alpha = 180^\circ - \beta - \gamma$   
 d) Tip:  $\alpha = 180^\circ - \beta - \gamma$
- 7) a) Tip:  $a + c = b + d$   
 b) Tip:  $w = \sqrt{\frac{ac}{bd}}$   
 c) -  
 d) -

1) Berechnen Sie die dunkle Fläche:



2) Berechnen Sie die Flächeninhalte folgender Figuren:



**Lösungen:**

- 1) a)  $18'816 \text{ m}^2$   
 b)  $30,8572 \text{ cm}^2$   
 c)  $3,5 \text{ cm}^2$   
 d)  $8,8675 \text{ cm}^2$

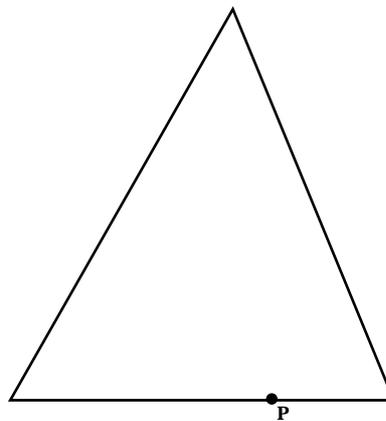
- 2) a) 103,5  
 b) 102,5  
 c) 79  
 d) 43

- 1) Gegeben ist das Dreieck ABC mit den Seiten  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 7 \text{ cm}$ ,  $c = 4 \text{ cm}$ .  
Verwandeln Sie dieses Dreieck jeweils in ein flächengleiches Dreieck mit folgenden Eigenschaften:
 

a) $b' = 6 \text{ cm}$ , $c' = c$	b) $\alpha' = 90^\circ$ , $b' = b$	c) $\alpha' = 30^\circ$ , $a' = a$	d) $b' = 5 \text{ cm}$ , $c' = 7 \text{ cm}$
e) $\alpha' = \alpha$ , $a' = 6 \text{ cm}$	f) $\alpha' = 60^\circ$ , $\beta' = 60^\circ$	g) $h_c' = 5 \text{ cm}$ , $a' = 7 \text{ cm}$	h) $b' = 3 \text{ cm}$ , $\alpha' = 120^\circ$
  
- 2) Gegeben ist das Parallelogramm ABCD mit den folgenden Angaben:  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 60^\circ$ .  
Verwandeln Sie das gegebene Parallelogramm in ein flächengleiches Parallelogramm mit folgenden Eigenschaften:
 

a) $b' = 5 \text{ cm}$	b) $\alpha' = 110^\circ$	c) $\alpha' = 90^\circ$ , $a' = 4 \text{ cm}$	d) $f' = 3 \text{ cm}$
e) $a' = 6 \text{ cm}$ , $b' = 4 \text{ cm}$		f) $a' = 2 \text{ cm}$ , $e' = 6 \text{ cm}$	
  
- 3) Gegeben ist das Trapez ABCD mit den folgenden Angaben:  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 4 \text{ cm}$ ,  $c = 2 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 60^\circ$ .  
Verwandeln Sie das gegebene Trapez in ein flächengleiches Trapez mit folgenden Eigenschaften:
 

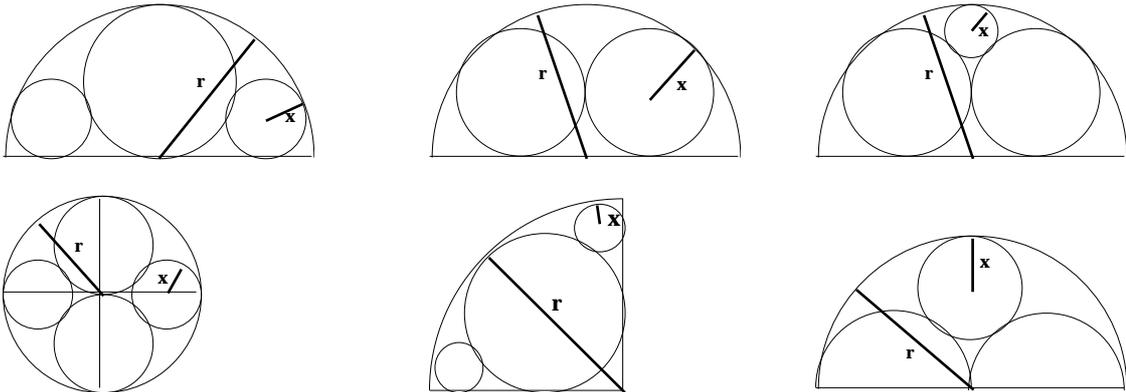
a) $a' = 4 \text{ cm}$ , $\alpha' = 90^\circ$	b) $b' = d'$ , $c' = 4 \text{ cm}$	c) $e' = 7 \text{ cm}$ , $\alpha' = 120^\circ$	d) $a' = 4 \text{ cm}$ , $h = 5 \text{ cm}$
---	------------------------------------	--	---
  
- 4) Verwandeln Sie ein Fünfeck in ein flächengleiches gleichschenkeliges Dreieck.
- 5) Verwandeln Sie ein Quadrat in ein flächengleiches rechtwinkeliges Dreieck.
- 6) Teilen Sie ein Parallelogramm durch Parallelen zu einer Seite in 5 flächengleiche Teile.
- 7) Halbieren Sie ein Dreieck durch eine Parallele zu einer Seite.
- 8) Teilen Sie ein Dreieck durch Geraden durch einen Eckpunkt in 3 flächengleiche Teile.
- 9) Teilen Sie ein Parallelogramm durch Geraden durch einen Eckpunkt in 5 flächengleiche Teile.
- 10) Halbieren Sie das Dreieck durch eine Gerade, welche durch den Punkt P geht.



**Lösungen:**

- |   |  |
|---|--|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1) a) - e) Scherung<br/>f) keine Lösung<br/>g) - h) Scherung<br/>h)</li> <li>2) a) - d) Scherung<br/>e) - f) Ergänzungsparallelogramme</li> <li>3) a) - c) Scherung<br/>d) Ergänzungsparallelogramme</li> <li>4) Scherung</li> </ol> | <ol style="list-style-type: none"> <li>5) Scherung</li> <li>6) Seite in 5 Teile teilen</li> <li>7) Zentrische Streckung</li> <li>8) Seite in 3 Teile teilen</li> <li>9) Zwei Seiten in je 5 Teile teilen</li> <li>10) Zuerst halbieren mit Seitenhalbierende, dann Scherung</li> </ol> |
|---|--|

- 1) Gegeben ist ein rechtwinkeliges Dreieck durch 2 Angaben. Berechnen Sie die Seiten, die Höhe und die Hypotenusenabschnitte:
  - a) geg.:  $a = 5\text{ cm}$ ,  $b = 7\text{ cm}$
  - b) geg.:  $c = 13\text{ cm}$ ,  $p = 5\text{ cm}$
  - c) geg.:  $p = 4\text{ cm}$ ,  $q = 8\text{ cm}$
  - d) geg.:  $p = 5\text{ cm}$ ,  $a = 12\text{ cm}$
- 2) Aus der Quadratseite ist die Diagonale des Quadrats zu berechnen.
- 3) Aus der Würfelkante ist die Raumdiagonale des Würfels zu berechnen.
- 4) Aus der Grundseite eines gleichseitigen Dreiecks ist sein Flächeninhalt zu berechnen.
- 5) Gegeben ist  $r$ . Berechnen Sie  $x$ .



- 6) Verwandeln Sie ein Rechteck mit den Seiten  $a = 5\text{ cm}$  und  $b = 3\text{ cm}$  in ein Quadrat.
- 7) Verwandeln Sie ein Dreieck in ein flächengleiches Quadrat.
- 8) Konstruieren Sie eine Strecke mit der Länge von  $x$  Einheiten mit folgenden Werten für  $x$ :  
 $x = \sqrt{17}$ ,  $x = \sqrt{24}$ ,  $x = \sqrt{13}$ ,  $x = \sqrt{30}$   
 (1 Einheit = 1,5 cm)
- 9) Gegeben ist ein Kreis  $k$  mit dem Radius  $r = 3\text{ cm}$ . Von einem Punkt  $P$ , welcher 10 cm vom Mittelpunkt  $M$  des Kreises entfernt ist, werden die Tangenten an den Kreis gelegt. Berechnen Sie die Länge der Tangentenabschnitte (Abstand von  $P$  bis zum Berührungspunkt) dieser Tangenten. Berechnen Sie auch die Länge der Berührsehne (Sehne zwischen den Berührungspunkten der Tangenten).
- 10) In einem Rhombus messen die Diagonalen  $e = 5\text{ cm}$  und  $f = 2\text{ cm}$ . Berechnen Sie die Länge der Rhombuseite und die Länge der Höhen.
- 11) In einem gleichschenkeligen Trapez messen die Grundseiten  $a = 8\text{ cm}$  und  $c = 3\text{ cm}$ . Der Umkreisradius ist  $r = 10\text{ cm}$ . Berechnen Sie die Höhe und die Länge der Schenkel des Trapez.

**Lösungen:**

- |  |                             |   |
|--|-----------------------------|---|
| 1) a) $c = 8,6\text{ cm}$ , $h = 4,1\text{ cm}$ ,<br>$p = 2,9\text{ cm}$ , $q = 5,7\text{ cm}$       | 4) $\frac{a^2}{4} \sqrt{3}$ | 8) Katheten- oder Höhensatz<br>oder Pythagoras mit z.B.<br>$17 = 16 + 1$<br>$24 = 25 - 1$<br>$13 = 9 + 4$ |
| b) $a = 8,06\text{ cm}$ , $b = 10,2\text{ cm}$ ,<br>$q = 8\text{ cm}$ , $h = 6,32\text{ cm}$         | 5) a) $\frac{r}{4}$         | 9) 5,72 cm  |
| c) $a = 6,93\text{ cm}$ , $b = 9,8\text{ cm}$ ,<br>$c = 12\text{ cm}$ , $h = 5,66\text{ cm}$         | b) $r(\sqrt{2} - 1)$        | 10) $a = 2,7\text{ cm}$ , $h = 1,86\text{ cm}$  |
| d) $b = 26,18\text{ cm}$ ,<br>$c = 28,8\text{ cm}$ ,<br>$h = 10,91\text{ cm}$ , $q = 23,8\text{ cm}$ | c) $r(3 - 2\sqrt{2})$       | 11) $b = 19,22\text{ cm}$ , $h = 19,05\text{ cm}$   |
| 2) $a\sqrt{2}$   | d) $\frac{r}{3}$            |   |
| 3) $a\sqrt{3}$   | e) $0,12 r$                 |   |
|  | f) $\frac{r}{3}$            |   |
|  | 6) Katheten- oder Höhensatz |   |
|  | 7) ebenso                   |   |

- 1) Ein Baum wirft einen 12 m langen Schatten. Gleichzeitig wirft ein 2 m langer, vertikal aufgestellter Stab einen 1,5 m langen Schatten. Wie hoch ist der Baum?
- 2) Ein Elektrizitätsmast von 20 m Höhe erscheint bei gestreckter Hand "zwei Fingerbreiten" hoch. Wie weit ist der Mast entfernt?
- 3) Eine Strasse hat in Wirklichkeit parallele Begrenzungslinien. Auf einem Bild erscheint diese Strasse aber in perspektivischer Darstellung, d.h. die Begrenzungslinien treffen sich in einem sogenannten Fluchtpunkt (S). Am Strassenrand sind im gleichen Abstand (in Wirklichkeit) gleich hohe Signalmasten aufgestellt. Diese Signalmasten erscheinen auf dem Bild je nach Position verkürzt. In der Zeichnung unten ist diese perspektivische Darstellung abgebildet. Dabei sind die ersten beiden Signalmasten eingezeichnet. Die angegebenen Längen sind die Bildlängen. In welcher Entfernung vom Fluchtpunkt S muss der dritte Mast eingezeichnet werden, wenn man annimmt, dass von Mast zu Mast die Verkleinerung jeweils mit demselben Faktor erfolgt. Wie lang muss das Bild des dritten Masten sein. Berechnen Sie!

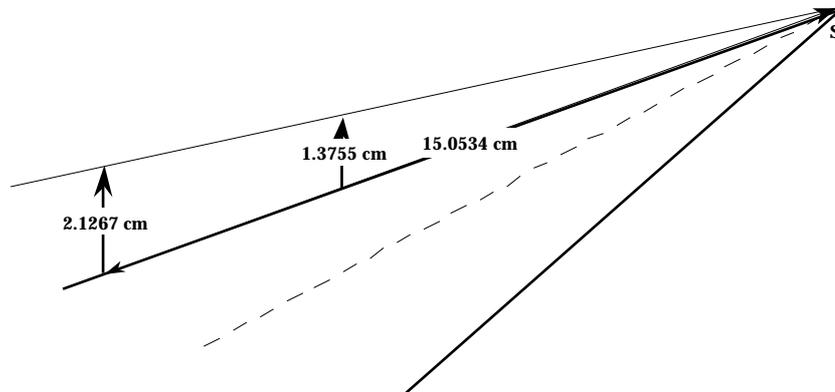


Abb. 1

- 4) Gegeben sind die Strecken  $a = 5$  cm,  $b = 3$  cm,  $c = 6$  cm. Konstruieren Sie mit Hilfe des 1., des 2. und des 3. Strahlensatzes eine Strecke  $x$  für die gilt:  $a : b = c : x$
- 5) Gegeben ist der Kreis in Abb. 2 mit dem Radius  $r = 4$  cm. Die Strecke  $\overline{BC}$  misst 2,5 cm und die Strecke  $\overline{DF}$  misst 3,2 cm. Zeigen Sie (Nachweis schriftlich), dass die Dreiecke  $ABC$  und  $DEF$  ähnlich sind und berechnen Sie die Längen der Strecken  $\overline{DE}$  und  $\overline{EF}$ .
- 6) Abb. 3: Zeigen Sie, dass das Dreieck  $ABC$  ähnlich ist zum Dreieck  $GHI$ . Begründen Sie die einzelnen Schritte jeweils!

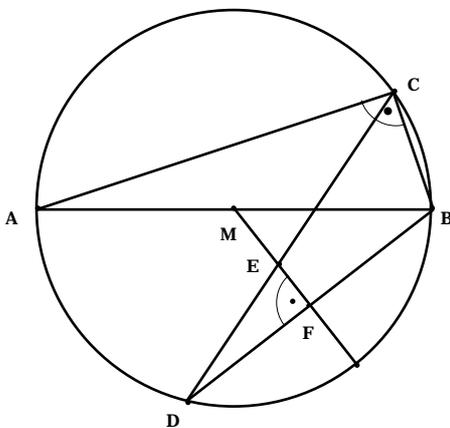


Abb. 2

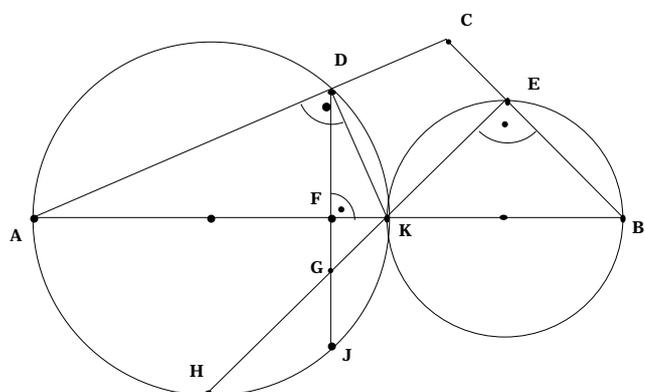
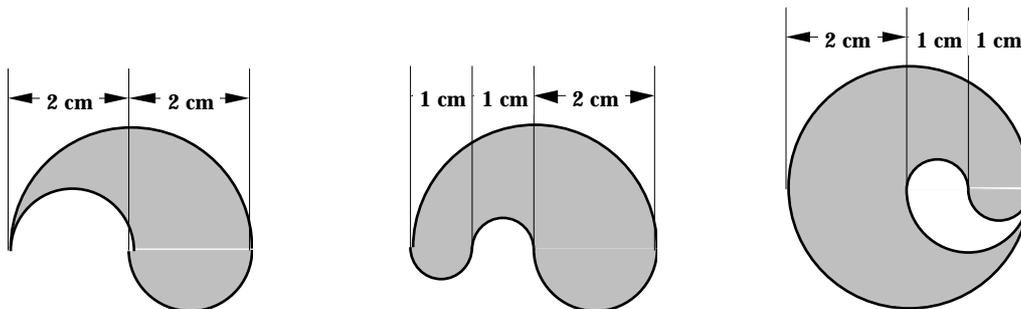


Abb. 3

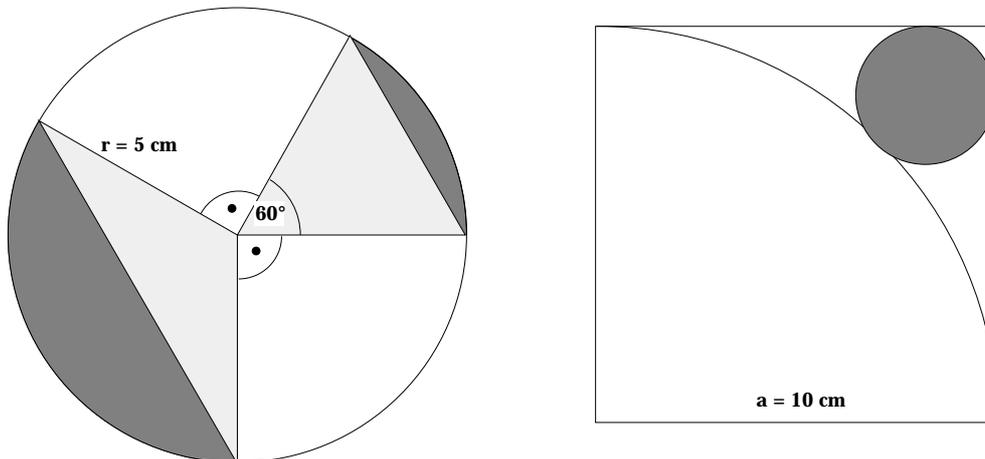
**Lösungen:**

- |          |              |                   |
|----------|--------------|-------------------|
| 1) 16 m  | 3) 0,8896 cm | 5) 3,4 cm, 1,1 cm |
| 2) 400 m | 4) -         | 6) -              |

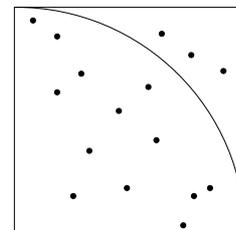
- Wie gross sind die Innenwinkel in einem regelmässigen 7-Eck, 12-Eck, 15-Eck, 36-Eck?
- Berechnen Sie die Seitenlänge eines einem Kreis mit Radius  $r = 10$  cm eingeschriebenen, regelmässigen 8-Ecks.
- Berechnen Sie den Flächeninhalt eines regelmässigen a) 6-Ecks b) 8-Ecks mit dem Umkreis  $r = 10$  cm.
- Berechnen Sie Umfang (Länge der gesamten Umrandung) und Flächeninhalt folgender schraffierter Flächen:



- Berechnen Sie den Inhalt der dunkel schraffierten Flächen:



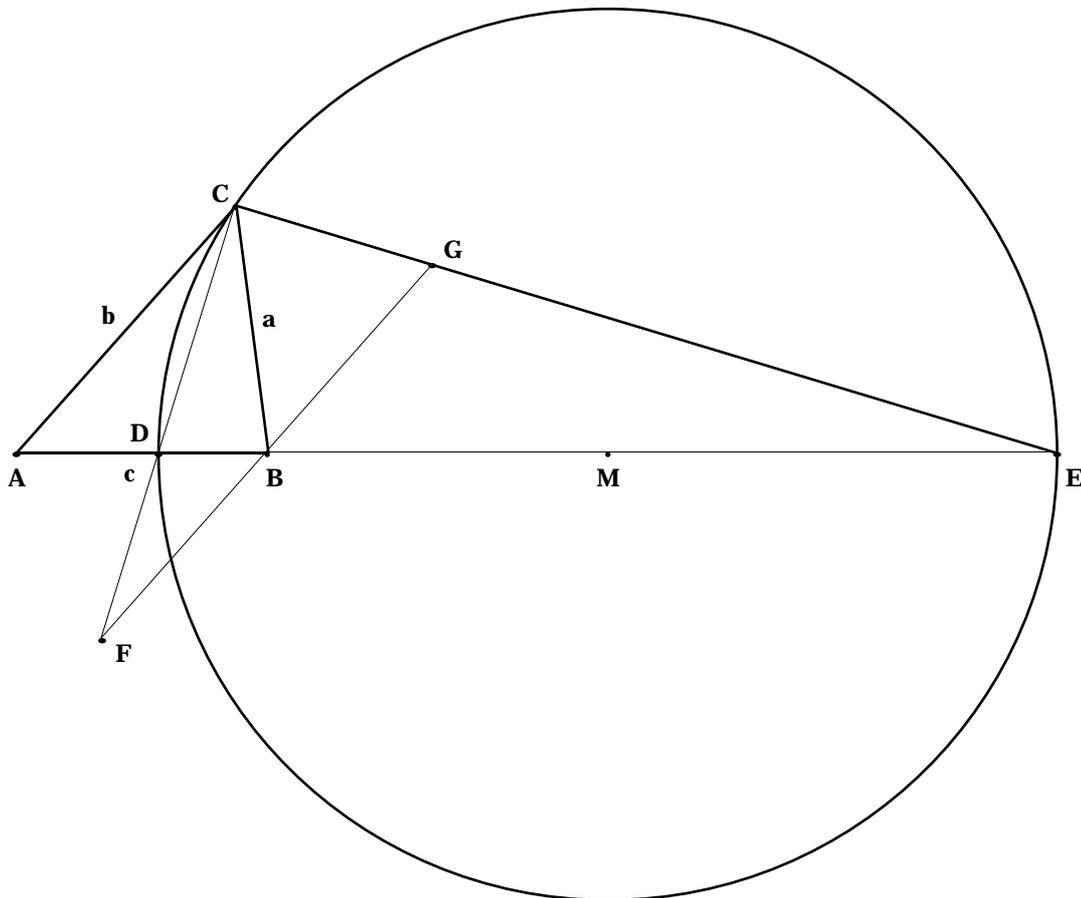
- Ein Kreissektor hat den Flächeninhalt von  $225 \text{ cm}^2$ . Die Länge des Bogens misst 12 cm. Berechnen Sie den Zentriwinkel.
- Der zylindrische Kochtopf ist zu klein, er sollte doppeltes Fassungsvermögen haben. Um wieviel Prozent muss der Durchmesser des neuen Kochtopfs grösser sein als der Durchmesser des alten?
- Die Kreiszahl  $\pi$  kann mit der Regentropfenmethode berechnet werden. In einem Quadrat mit der Seite 1 ist ein Viertelkreis eingezeichnet. Es wird eine grosse Anzahl Tropfen auf das Quadrat fallen gelassen. Die innerhalb des Viertelkreises liegenden Tropfen werden gezählt. Das Verhältnis zwischen dieser Anzahl zur Gesamtzahl der Tropfen strebt gegen  $\frac{\pi}{4}$ . Bestimmen Sie  $\pi$ .



Lösungen:

- |   |                           |
|---|---------------------------|
| 1) $128,6^\circ; 150^\circ; 156^\circ; 170^\circ$ | 5) a) $17,6 \text{ cm}^2$ |
| 2) $7,65 \text{ cm}$                              | b) $9,25 \text{ cm}^2$    |
| 3) a) $259,8 \text{ m}^2$                         | 6) $18,3^\circ$           |
| b) $282,8 \text{ m}^2$                            | 7) $41,4\%$               |
| 4) a) $u = 4 \text{ cm}, A = 2 \text{ cm}^2$      | 8) -                      |
| b) $u = 4 \text{ cm}, A = 2,5 \text{ cm}^2$       |                           |
| c) $u = 6 \text{ cm}, A = 3,5 \text{ cm}^2$       |                           |

- 1) Verwandeln Sie ein Rechteck mit den Seiten  $a = 3,8$  cm und  $b = 5,5$  cm in ein flächengleiches Quadrat. Konstruieren Sie mit dem Sekanten-Tangenten-Satz. Welche anderen Möglichkeiten gibt es zur Lösung dieses Problems?
- 2) Wie weit kann man von einem 100 m über der Erdoberfläche schwebenden Ballon sehen? (Erdradius  $r = 6370$  km)
- 3) Teilen Sie die Strecke  $a = 4$  cm harmonisch im Verhältnis 2:7.
- 4) Konstruieren Sie ein regelmässiges 5-Eck.
- 5) Konstruieren Sie ein regelmässiges 15-Eck.
- 6) Prüfen Sie, ob folgende Winkel mit Zirkel und Lineal konstruiert werden können:  
a)  $33^\circ$                       b)  $78^\circ$                       c)  $19,5^\circ$                       d)  $128^\circ$
- 7) Gegeben ist das Dreieck  $ABC$ . Die Strecken  $DC$  und  $CE$  sind die Winkelhalbieren des Winkels in  $C$  (  $\angle C$  und  $\angle C$  ). Ferner sind die Seiten  $a$ ,  $b$  und  $c$  gegeben. Die Strecke  $FG$  ist parallel zur Seite  $AC$ .  
Zeigen Sie, dass die Länge der Strecke  $\overline{BF} = \overline{BG} = a$  ist.  
Zeigen Sie, dass die Punkte  $D$  und  $C$  die Strecke  $AB$  harmonisch im Verhältnis  $b:a$  teilen.



*Satz des Apolonius: Die Winkelhalbierenden des Innen- und des Aussenwinkels eines Dreiecks teilen die gegenüberliegende Seite harmonisch im Verhältnis der anliegenden Seiten.*

**Lösungen:**

- 1) Halbsehnensatz, Höhensatz, Kathetensatz
- 2) 35,7 km
- 3) -
- 4) Tip: 10-Eck, stetige Teilung
- 5) Tip: Welchen Zentriwinkel hat das Bestimmungsdreieck?
- 6) a) - c) ja; d) nein
- 7) -

- 1) **Winkelumrechnungen Gradmass - Bogenmass:**
  - a)  $77^\circ = ? \text{ rad}$
  - b)  $215^\circ = ? \text{ rad}$
  - c)  $324^\circ = ? \text{ rad}$
  - d)  $480^\circ = ? \text{ rad}$
  - e)  $2,17 \text{ rad} = ?^\circ$
  - f)  $0,12 \text{ rad} = ?^\circ$
  - g)  $4,2 \text{ rad} = ?^\circ$
  - h)  $\frac{4}{3} \text{ rad} = ?^\circ$
- 2) **Bestimmen Sie alle im Intervall  $[0; 2\pi]$  liegenden Winkel:**
  - a)  $\sin x = -0,3$
  - b)  $\cos x = 0,7$
  - c)  $\tan x = -1,4$
  - d)  $\cot x = 0,7$
  - e)  $\sin x = 0,01$
  - f)  $\cos x = -0,02$
  - g)  $\tan x = 0,5$
  - h)  $\cot x = -9,9$
- 3) **Gegeben sind die rechtwinkligen Koordinaten eines Punktes. Berechnen Sie seine Polarkoordinaten:**
  - a)  $x = 3, y = 0$
  - b)  $x = 0, y = 5$
  - c)  $x = -4, y = 0$
  - d)  $x = 0, y = -2$
  - e)  $x = 4, y = 4$
  - f)  $x = -2\sqrt{3}, y = 2$
  - g)  $x = -3, y = -4$
  - h)  $x = 7, y = -4$
- 4) **Gegeben sind die Polarkoordinaten eines Punktes. Berechnen Sie seine rechtwinkligen Koordinaten:**
  - a)  $r = 7, \varphi = 90^\circ$
  - b)  $r = 3, \varphi = 180^\circ$
  - c)  $r = \sqrt{2}, \varphi = 135^\circ$
  - d)  $r = 5, \varphi = 300^\circ$
  - e)  $r = 4\sqrt{3}, \varphi = 210^\circ$
  - f)  $r = 7, \varphi = 116^\circ$
  - g)  $r = 2, \varphi = 450^\circ$
  - h)  $r = 1, \varphi = 60^\circ$
- 5) **Berechnen Sie die räumlichen Polarkoordinaten eines Punktes  $P(4/-5/10)$ .**
- 6) **Berechnen Sie die rechtwinkligen Koordinaten eines Punktes mit den räumlichen Polarkoordinaten  $r = 20, \varphi = 220^\circ, \theta = 160^\circ$ .**
- 7) **Berechnen Sie die fehlenden Seiten und Winkel im rechtwinkligen Dreieck:**
  - a)  $a = 5 \text{ cm}, \varphi = 35^\circ$
  - b)  $c = 7 \text{ cm}, \varphi = 77,3^\circ$
  - c)  $a = 12 \text{ cm}, \varphi = 15,7^\circ$
  - d)  $a = 12 \text{ cm}, c = 17 \text{ cm}$
- 8) **Wie gross ist die Geschwindigkeit, mit der wir uns um die Erdachse drehen (Erdradius 6370 km, geografische Breite von Chur =  $46^\circ 51'$ )?**
- 9) **In einem rechtwinkligen Dreieck ist der Inkreisradius  $r = 3,46$  und der Winkel  $\varphi = 35,4^\circ$  gegeben. Berechnen Sie die Seiten  $a$  und  $b$  formal und numerisch.**
- 10) **In einem rechtwinkligen Dreieck ist  $a = 5,39$  und  $w = 6,64$  gegeben. Berechnen Sie  $b$  formal und numerisch.**
- 11) **Zwei Kreise mit den Radien  $r_1 = 8$  und  $r_2 = 5$  haben eine gemeinsame Sehne der Länge  $s = 6$ . Bestimmen Sie den spitzen Schnittwinkel der beiden Kreise.**
- 12) **Von einem 10 m über dem Wasserspiegel liegenden Fenster eines an einem See liegenden Hauses sieht man einen Ballon unter einem Höhenwinkel  $\varphi = 52,4^\circ$  und sein Spiegelbild im See unter einem Tiefenwinkel  $\theta = 58,0^\circ$ . Wie hoch steht der Ballon über dem See?**

**Lösungen**

- 1) a) 1.343 b) 3.752 c) 5.655 d) 8.378 e)  $124.3^\circ$  f)  $6.88^\circ$  g)  $240.6^\circ$  h)  $240^\circ$
- 2) a)  $342.5^\circ, 197.5^\circ$  b)  $45.6^\circ, 314.4^\circ$  c)  $305.5^\circ, 125.5^\circ$  d)  $55.0^\circ, 235.0^\circ$  e)  $0.57^\circ, 179.4^\circ$  f)  $91.1^\circ, 268.9^\circ$  g)  $26.6^\circ, 206.6^\circ$  h)  $354.2^\circ, 174.2^\circ$
- 3) a)  $r = 3, \varphi = 0^\circ$  b)  $r = 5, \varphi = 90^\circ$  c)  $r = 4, \varphi = 180^\circ$  d)  $r = 2, \varphi = 270^\circ$  e)  $r = 5,66, \varphi = 45^\circ$  f)  $r = 4, \varphi = 150^\circ$  g)  $r = 5, \varphi = 233,1^\circ$  h)  $r = 8,06, \varphi = 330,3^\circ$
- 4) a) (0/7) b) (-3/0) c) (-1/1) d) (2,50/-4,33) e) (-6/-3,46) f) (-3,07/6,29) g) (0/2) h) (0.5/0.87)
- 5)  $r = 11,87, \varphi = 308,7^\circ, \theta = 32,6^\circ$
- 6)  $P(-5,24/-4,40/-18,79)$
- 7) a)  $c = 8.72 \text{ cm}, b = 7.14 \text{ cm}, \varphi = 55^\circ$  b)  $a = 6.83 \text{ cm}, b = 1.539 \text{ cm}, \varphi = 12.7^\circ$  c)  $c = 12.47 \text{ cm}, b = 3.37 \text{ cm}, \varphi = 74.3^\circ$
- 8)  $1140.5 \text{ km/h} = 316.8 \text{ m/s}$
- 9)  $a = \left(1 + \cot \frac{90^\circ - \varphi}{2}\right) = 10,16, b = \left(1 + \cot \frac{\varphi}{2}\right) = 14,30$
- 10)  $\cos \frac{\varphi}{2} = \frac{a}{w}, \varphi = 71,5^\circ, b = a \tan \frac{\varphi}{2} = 16,1$
- 11)  $59,0^\circ, 14,8^\circ$
- 12)  $96,1 \text{ m}$

- 1) Von der Spitze eines Berges sieht man ein Dorf unter dem Tiefenwinkel von  $10^{\circ}14'$  und beobachtet das Aufblitzen eines Schusses im Dorf 12 Sekunden früher als der Schall anlangt. Wie hoch liegt die Bergspitze über dem Dorf? (Schallgeschwindigkeit 333 m/s)
- 2) Von einem Fenster, welches 21,67 m über der waagrechten Bodenfläche liegt, erblickt man den Fuss eines Turmes unter dem Tiefenwinkel von  $= 3^{\circ}15'$  und seine Spitze unter dem Höhenwinkel von  $= 6^{\circ}32'$ . Wie hoch ist der Turm?
- 3) Berechnen Sie die fehlenden Seiten und Winkel folgender Dreiecke:
 

a) $c = 6 \text{ cm}$ , $\alpha = 40^{\circ}$ , $\beta = 60^{\circ}$	b) $b = 5,33 \text{ cm}$ , $\alpha = 68,4^{\circ}$ , $\beta = 35,3^{\circ}$
c) $b = 5 \text{ cm}$ , $c = 4 \text{ cm}$ , $\alpha = 70^{\circ}$	d) $b = 6,18 \text{ cm}$ , $c = 4,85 \text{ cm}$ , $\alpha = 33,8^{\circ}$
e) $a = 67,4 \text{ m}$ , $b = 49,8 \text{ m}$ , $c = 77,6 \text{ m}$	f) $a = 3,12 \text{ m}$ , $b = 1,09 \text{ m}$ , $c = 2,29 \text{ m}$
g) $a = 3,18 \text{ cm}$ , $b = 3,74 \text{ cm}$ , $\alpha = 104,3^{\circ}$	h) $b = 37,3 \text{ m}$ , $c = 39,0 \text{ m}$ , $\alpha = 42,5^{\circ}$
- 4) In einem Dreieck ist  $\sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$  gegeben. Bestimmen Sie die Dreieckswinkel.
 

a) $\sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma = 3 : 4 : 5$	b) $\sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma = 3 : 5 : 9$
---	---
- 5) Aus einem Flugzeug erblickt man die beiden Orte A und B in derselben Richtung unter den Tiefenwinkeln  $= 43^{\circ}7'24''$  und  $= 27^{\circ}36'12''$ . In welcher Höhe über den beiden auf derselben Meereshöhe liegenden Orten fliegt das Flugzeug, wenn die Entfernung von A nach B mit 1350 m entnommen wird?
- 6) Ein Schiff peilt einen 5,12 SM (Seemeilen) entfernten Leuchtturm in Richtung W  $22,5^{\circ}$  N. Wieviel Seemeilen muss es in der Richtung N  $25^{\circ}$  O segeln, bis es vom Leuchtturm einen Abstand von 5,45 SM erreicht?
- 7) Zwei Kräfte  $F_1$  und  $F_2$ , die den Winkel  $\alpha$  einschliessen, wirken auf einen Punkt P ein. Berechnen Sie die Grösse der resultierenden Kraft und den Winkel zwischen ihr und der Kraft  $F_1$ .
 

a) $F_1 = 20 \text{ N}$ , $F_2 = 12 \text{ N}$ , $\alpha = 40^{\circ}$	b) $F_1 = 250 \text{ mN}$ , $F_2 = 400 \text{ mN}$ , $\alpha = 144,3^{\circ}$
--	---
- 8) Eine Kraft  $F$  soll in zwei Komponenten  $F_1$  und  $F_2$  zerlegt werden, von denen  $F_1$  mit  $F$  den Winkel  $\alpha$ ,  $F_2$  mit  $F$  den Winkel  $\beta$  einschliesst. Berechnen Sie die Längen der beiden Komponenten.
 

a) $F = 100 \text{ N}$ , $\alpha = 50^{\circ}$ , $\beta = 20^{\circ}$	b) $F = 16 \text{ kN}$ , $\alpha = 34,5^{\circ}$ , $\beta = 80^{\circ}$
---	---
- 9) Drei Kräfte  $F_1 = 48 \text{ N}$ ,  $F_2 = 55 \text{ N}$ ,  $F_3 = 65 \text{ N}$  wirken auf einen Punkt und halten einander das Gleichgewicht. Welche Winkel schliessen sie miteinander ein?

**Lösungen**

- |   |   |
|---|---|
| 1) 710 m  | 6) 1,67 SM  |
| 2) 65,375 m   | 7) a) $F = 30,2 \text{ N}$ , $\alpha = 14,8^{\circ}$              |
| 3) a) $\alpha = 80^{\circ}$ , $a = 4,45$ , $b = 6,82$                                     | b) $F = 245 \text{ mN}$ , $\alpha = 107,8^{\circ}$                |
| b) $\alpha = 76,3^{\circ}$ , $a = 5,10$ , $c = 3,17$                                      | 8) a) $F_1 = 36,4 \text{ N}$ , $F_2 = 81,5 \text{ N}$             |
| c) $a = 4,67$ , $\alpha = 61,3^{\circ}$ , $\beta = 48,7^{\circ}$                          | b) $F_1 = 17,3 \text{ kN}$ , $F_2 = 9,96 \text{ kN}$              |
| d) $a_1 = 8,56$ , $\alpha_1 = 101,1^{\circ}$ , $\alpha_2 = 45,1^{\circ}$ , $a_2 = 1,71$ , | 9) $102^{\circ}4'9''$ , $124^{\circ}9'44''$ , $133^{\circ}46'7''$ |
| $\alpha_1 = 11,3^{\circ}$ , $\alpha_2 = 134,9^{\circ}$                                    |   |
| e) $\alpha = 59,2^{\circ}$ , $\beta = 39,4^{\circ}$ , $\gamma = 81,4^{\circ}$             |   |
| f) $\alpha = 131,4^{\circ}$ , $\beta = 15,2^{\circ}$ , $\gamma = 33,4^{\circ}$            |   |
| g) $c = 5,47$ , $\alpha = 34,3^{\circ}$ , $\beta = 41,4^{\circ}$                          |   |
| h) $a = 27,7$ , $\alpha = 65,5^{\circ}$ , $\beta = 72,0^{\circ}$                          |   |
| 4) a) $\alpha = 36,9^{\circ}$ , $\beta = 53,1^{\circ}$ , $\gamma = 90^{\circ}$            |   |
| b) unmöglich  |   |
| 5) 1598 m   |   |

1) Vereinfachen Sie folgende Terme:

a)  $\tan \cdot \cos$       b)  $\sin^3 + \sin \cos^2$       c)  $\frac{\cot}{\cos}$       d)  $\frac{1}{\cos^2} - 1$   
 e)  $\sqrt{1 + \cos} \cdot \sqrt{1 - \cos}$       f)  $\cos + \sin \tan$       g)  $\frac{1}{1 + \tan} + \frac{1}{1 + \cot}$

2) Vereinfachen Sie folgende Terme:

a)  $\sin(60^\circ + ) - \sin(60^\circ - )$       b)  $\cos( + ) - \cos( - )$       c)  $\frac{\sin( + )}{\cos \cos}$   
 d)  $\sin^4 - \cos^4$       e)  $\frac{\tan}{1 + \tan^2}$       f)  $\frac{1}{\sin^2} + \frac{1}{\cos^2}$   
 g)  $(\sin + \cos + 1)(\sin + \cos - 1)$

3) a)  $\frac{1 - \cos 2}{\sin 2}$       b)  $\frac{1}{\sin 2} + \cot 2$       c)  $\frac{1}{\sin 2} - \cot 2$   
 d)  $\tan(45^\circ + ) - \tan(45^\circ - )$       e)  $1 - \sin \cdot \tan \frac{1}{2}$       f)  $\frac{1}{\tan \frac{1}{2} + \cot}$   
 g)  $\cot \frac{1}{2} - \cot$

4) Drücken Sie a)  $\sin 3$  durch  $\sin$       b)  $\cos 3$  durch  $\cos$       c)  $\tan 3$  durch  $\tan$  aus.

5) Zeigen Sie die Gültigkeit der Gleichung durch Umformen der einen Gleichungsseite in die andere:

a)  $\frac{\tan + \tan}{\tan - \tan} = \frac{\sin( + )}{\sin( - )}$       b)  $\cot + \tan = \frac{2}{\sin 2}$       c)  $\cot - \tan = \frac{2}{\tan 2}$

6) Die folgenden Terme sind in Produkte umzuwandeln und zu vereinfachen:

a)  $\sin(45^\circ + ) - \sin(45^\circ - )$       b)  $\cos(45^\circ + ) + \cos(45^\circ - )$       c)  $\sin 45^\circ + \sin 15^\circ$   
 d)  $\frac{1 + \sin}{1 - \sin}$       e)  $1 - 2 \sin$       f)  $\frac{\sin - \sin}{\cos + \cos}$

**Lösungen**

1) a)  $\sin$       b)  $\sin$       c)  $\frac{1}{\sin}$       d)  $\tan^2$       e)  $|\sin|$       f)  $\frac{1}{\cos}$       g) 1  
 2) a)  $\sin$       b)  $-2\sin \sin$       c)  $\tan + \tan$       d)  $-\cos 2$       e)  $\frac{1}{2} \sin 2$       f)  $\frac{4}{\sin^2(2)}$       g)  $\sin 2$   
 3) a)  $\tan$       b)  $\cot$       c)  $\tan$       d)  $2 \tan 2$       e)  $\cos$       f)  $\sin$       g)  $\frac{1}{\sin}$   
 4) a)  $3 \sin - 4 \sin^3$       b)  $4 \cos^3 - 3 \cos$       c)  $\frac{3 \tan - \tan^3}{1 - 3 \tan^2}$   
 6) a)  $\sqrt{2} \sin$       b)  $\sqrt{2} \cos$       c)  $\cos 15^\circ$       d)  $\tan^2(45^\circ + \frac{1}{2})$       e)  $4 \sin(15^\circ - \frac{1}{2}) \cos(15^\circ + \frac{1}{2})$       f)  $\tan \frac{1}{2}$

Es sind alle Lösungen im Intervall  $[0, 2\pi]$  zu suchen:

- 1)  $2 \cos^2 x - 7 \cos x + 3 = 0$
- 2)  $\sin^2 x - 3 \cos^2 x = 1$
- 3)  $\cos x + \cot x = 1 + \sin x$
- 4)  $\sin^2 x - 6 \cos^2 x + \sin x \cos x = 0$
- 5)  $\sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x}$
- 6)  $2(1 - \cos 2x) = 3 \sin 2x$
- 7)  $12 \sin^2 x - 7 \sin x \cos x = 12 \cos^2 x$
- 8)  $\sin(60^\circ + x) = 2 \sin(60^\circ - x)$
- 9)  $\cos 2x = 3 \cos x - 2$
- 10)  $\tan x + \tan 2x = 0$
- 11)  $\cot x + \cot 2x = 0$
- 12)  $\frac{\sin x}{1 - \cos x} = \tan x$
- 13)  $\sin x + \sin 2x = 0$
- 14)  $\cos x + \cos 2x = 0$
- 15)  $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$
- 16)  $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$
- 17)  $\sin x - \sin 2x + \sin 3x - \sin 4x = 0$
- 18)  $1 - \cos 2x + \sin 3x - \sin x = 0$
- 19)  $\tan x + \tan 2x - \tan 3x = 0$
- 20)  $\sin x + \cos x + \tan x = \cot x$
- 21)  $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{2}{3}$
- 22)  $\sin^6 x + \cos^6 x = 0,3$

**Lösungen:**

- |   |  |  |
|---|--|--|
| 1) $60^\circ, 300^\circ$  | 12) $60^\circ, 180^\circ, 300^\circ$   | 19) $0^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ,$<br>$300^\circ, 360^\circ$                                  |
| 2) $90^\circ, 270^\circ$  | 13) $0^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 360^\circ$  | 20) $28,0^\circ, 135^\circ, 242,0^\circ, 315^\circ$  |
| 3) $45^\circ, 225^\circ, 270^\circ$   | 14) $60^\circ, 180^\circ, 300^\circ$   | 21) $27,4^\circ, 62,6^\circ, 117,4^\circ, 152,6^\circ,$<br>$207,4^\circ, 242,6^\circ, 297,4^\circ,$<br>$332,6^\circ$ |
| 4) $63,4^\circ, 108,4^\circ, 243,4^\circ, 288,4^\circ$                              | 15) $0^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ,$<br>$270^\circ, 360^\circ$                      | 22) $37,5^\circ, 52,5^\circ, 127,5^\circ, 142,5^\circ,$<br>$217,5^\circ, 232,5^\circ, 307,5^\circ,$<br>$322,5^\circ$ |
| 5) $0^\circ, 45^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 360^\circ$                             | 16) $0^\circ, 72^\circ, 90^\circ, 144^\circ, 180^\circ,$<br>$216^\circ, 270^\circ, 288^\circ, 360^\circ$ |  |
| 6) $0^\circ, 56,3^\circ, 180^\circ, 236,3^\circ, 360^\circ$                         | 17) $0^\circ, 36^\circ, 90^\circ, 108^\circ, 180^\circ,$<br>$252^\circ, 270^\circ, 324^\circ, 360^\circ$ |  |
| 7) $53,1^\circ, 143,1^\circ, 233,1^\circ, 323,1^\circ$                              | 18) $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 330^\circ,$<br>$360^\circ$                                 |  |
| 8) $30^\circ, 210^\circ$  |  |  |
| 9) $0^\circ, 60^\circ, 300^\circ, 360^\circ$  |  |  |
| 10) $0^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ,$<br>$300^\circ, 360^\circ$ |  |  |
| 11) $60^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 300^\circ$                                     |  |  |

Zeichnen Sie folgende Sinuskurven (Ablezen von Amplitude, Periodenlänge und Verschiebungswert)

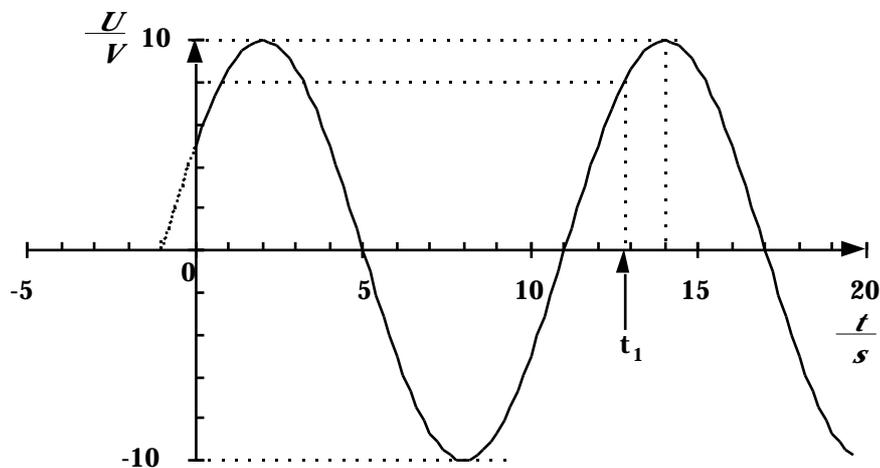
- |   |  |
|---|--|
| 1) a) $y = \frac{1}{2} \sin 2x$                               | b) $y = \sin \left( x - \frac{1}{2} \right)$                         |
| 2) a) $y = \frac{2}{3} \sin 3x$                               | b) $y = \frac{2}{3} \sin 3 \left( x + \frac{2}{3} \right)$           |
| 3) a) $y = 3 \sin \frac{3}{2} \left( x + \frac{1}{2} \right)$ | b) $y = \sin \frac{1}{2} \left( x - 2 \right)$                       |
| 4) a) $y = -2 \sin \left( x + \frac{1}{3} \right)$            | b) $y = \sin \left( -x \right)$                                      |
| 5) a) $y = -2 \sin \frac{2}{3} \left( -x \right)$             | b) $y = \frac{1}{3} \sin \frac{4}{3} \left( x - \frac{2}{3} \right)$ |
| 6) a) $y = 5 \sin \left( \frac{2}{3} x - \frac{1}{3} \right)$ | b) $y = -2 \sin \left( 3x - 4 \right)$                               |

Zeichnen Sie folgende Sinuskurven durch graphische Addition:

- 7)  $y = 2 \sin \frac{2}{3} \left( x - \frac{3}{2} \right) + \sin x$
- 8)  $y = \sin 2 \left( x - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \sin \left( x - \frac{1}{2} \right)$
- 9)  $y = \sin \frac{3}{2} \left( x + \frac{1}{2} \right) + 3 \sin 3x$
- 10)  $y = 3 \sin \left( x - \frac{4}{3} \right) - \cos 2x$
- 11)  $y = \sin \left( \frac{2}{3} x - \frac{1}{3} \right) - 2 \cos \frac{1}{2} x$
- 12)  $y = \sin \left( 3x - 2 \right) + \frac{1}{2} \sin \left( x - \frac{1}{3} \right)$
- 13)  $y = 5 \sin 2 \left( x - \frac{2}{3} \right) - \sin \left( 2x - \frac{2}{3} \right)$
- 14)  $y = 4 \sin \left( x - 1 \right) + \sin \left( x + 1 \right)$

Anwendungen:

- 15) Auf dem Schirm eines Oszillographen zeichnet ein Elektronenstrahl den im Bild dargestellten zeitlichen Verlauf einer sinusförmigen Wechselspannung vom allgemeinen Typ  $u(t) = u_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ ,  $t \geq 0$  ( $u_0 > 0$ ,  $\varphi > 0$ ).
  - a) Bestimmen Sie den Scheitelwert  $u_0$ , die Kreisfrequenz  $\omega$  sowie den Hauptwert des Nullphasenwinkels  $\varphi$ .
  - b) Nach welcher Zeit  $t_1$  wird zum drittenmal der Spannungswert  $u(t_1) = 8V$  erreicht?



- 1) Gegeben sind die Vektoren  $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $c = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $d = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .  
Berechnen Sie  $(a + b) \cdot (c - d)$  und  $(a - b) \cdot (c + d)$
- 2) Berechnen Sie den Winkel zwischen den Vektoren a und b .
- a)  $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$  und  $b = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$       b)  $a = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$  und  $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$
- 3) Berechnen Sie die Innenwinkel im Dreieck
- a) A(2/-4), B(5/6), C(-3,8)      b) A(2/-3/4), B(1/-5/6), C(-3/5/-2)
- 4) Bestimmen Sie die Komponenten des Projektionsvektors von b auf a :
- a)  $a = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ 1 \end{pmatrix}$       b)  $a = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} -5 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix}$
- 5) Bestimmen Sie den Projektionsvektor bei der Projektion des Vektors AB auf die Gerade (CD):
- a) A(-7/-5), B(0/-4), C(10/1), D(-6/13)      b) A(1/-2/3), B(5/-8/1), C(2/4/3), D(-1/9/1)
- 6) Zeigen Sie, dass die vier Punkte A, B, C, D in dieser Reihenfolge ein Rechteck bilden:
- a) A(11/-1/-4), B(6/-4/-3), C(4/0/-1), D(9/3/-2)      b) A(7/6/3), B(4/10/1), C(-2/6/2), D(1/2/4)
- 7) Zeigen Sie, dass die Punkte A(0/11/7), B(10/21/2), C(20/10/0), D(10/0/5), E(5/13/21), F(15/23/16), G(25/12/14), H(15/2/19) die Ecken eines Würfels sind.
- 8) Berechnen Sie den Winkel zwischen a und b , wenn  $(a + b) \cdot (a + \frac{7}{2}b) = 0$  und  $|a| = 2|b|$  ist.
- 9) Welche Bedingung müssen zwei vom Nullvektor verschiedene Vektoren a und b erfüllen, damit mindestens eine reelle Zahl k existiert, für welche  $|a + kb| = 1$  ist?

**Lösungen:**

- 1) -13; -15
- 2) a)  $146,8^\circ$   
b)  $45,7^\circ$
- 3) a)  $39,3^\circ$ ;  $87,3^\circ$ ;  $53,3^\circ$   
b)  $133,3^\circ$ ;  $37,3^\circ$ ;  $9,4^\circ$
- 4) a)  $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ; b)  $\begin{pmatrix} -8 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$
- 5) a)  $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ ; b)  $\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ ; c)  $\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$
- 6) -
- 7) -
- 8)  $146,4^\circ$
- 9)  $4(a \cdot b)^2 - 4a^2b^2 + 4b^2 = 0$

- 1) Gegeben seien  $a = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$  und  $b = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$  Berechnen Sie  $a \cdot b$ ,  $|b - a|$
- 2) Gegeben seien  $a = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$  und  $c = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$   
Berechnen Sie  $2a - 3b$ ,  $5a - 3b - 4c$ ,  $a \cdot b$ ,  $a \cdot c$ ,  $b \cdot c$ ,  $|b - a|$ ,  $|c - b|$
- 3) Bestimmen Sie  $k$  so, dass die Vektoren  $a$  und  $b$  zueinander orthogonal werden:
- a)  $a = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ -3 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$       b)  $a = \begin{pmatrix} 2 \\ 3k \\ -4 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 3 \\ 7 \\ 2k \end{pmatrix}$
- 4) Gegeben sind drei Vektoren  $a = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$  und  $c = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ . Zum Vektor  $a$  soll ein Vielfaches des Vektors  $b$  addiert werden, sodass  $(a + b) \cdot c$  wird. Wie gross ist zu wählen?
- 5) Man ermittle jene Vektoren, die auf dem Vektor  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$  senkrecht stehen und die Länge 2 haben.
- 6) Gegeben sind die Vektoren  $a = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$  und  $c = \begin{pmatrix} 6 \\ -10 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie  $d = a + b + c$  und  $|d|$
- 7) Berechnen Sie die Winkel des Dreiecks mit den Eckpunkten  $A(5/2/1)$ ,  $B(6/1/2)$  und  $C(1/1/7)$ .
- 8) Gegeben sind die vier Punkte  $P(1/-2/3)$ ,  $Q(4/-4/-3)$ ,  $R(2/4/3)$ ,  $S(8/6/6)$ . Ermitteln Sie die Länge der Projektion des Vektors  $PQ$  auf die Gerade  $(RS)$ .
- 9) Wie gross sind die Komponenten eines räumlichen Vektors (3-dim.) vom Betrag 20, der mit der  $x$ -Achse und mit der  $y$ -Achse je einen Winkel von  $60^\circ$  einschliesst?
- 10) Von zwei Vektoren  $a$  und  $b$  ist ihre Länge und der von ihnen eingeschlossene Winkel gegeben:  $|a| = 12$ ,  $|b| = 8$ ,  $\angle(a, b) = 30^\circ$ . Berechnen Sie den Winkel zwischen den Vektoren  $3a - 5b$  und  $7a + b$ .
- 11) Es seien  $u$  und  $v$  Vektoren mit  $n$  Komponenten. Es gelte  $u \cdot v = 0$  für alle  $v$ . Was kann man über  $u$  aussagen?

**Lösungen:**

- 1) 46; 5.7  
 $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -15 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 3 \\ 11 \\ -32 \end{pmatrix}$
- 2)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -15 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -14 \\ 11 \\ -32 \end{pmatrix}$ , -6; 6; 6.2; 4.2
- 3) a) -2  
b) -1
- 4) 1
- 5)  $\begin{pmatrix} -1.8 \\ 0.6 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1.8 \\ -0.6 \end{pmatrix}$
- 6)  $\begin{pmatrix} 5 \\ -9 \end{pmatrix}$ , 10.3
- 7)  $\angle = 76,2^\circ$ ;  $\angle = 90^\circ$ ;  $\angle = 13,8^\circ$
- 8) 0,57  
 $\begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix}$
- 9)  $\begin{pmatrix} 10 \\ 14 \end{pmatrix}$ ;  $\begin{pmatrix} 10 \\ -14 \end{pmatrix}$
- 10)  $88,6^\circ$   
11)  $u \perp v$

1) Berechnen Sie das Produkt  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ :

$$\text{a) } \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \mathbf{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

2) Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks ABC:

$$\text{a) } A(-1/2), B(3/4), C(5/-6)$$

$$\text{b) } A(5/-2), B(2/-4), C(-5/0)$$

$$\text{c) } A(-1/2/3), B(4/2/5), C(-1/-1/2)$$

$$\text{d) } A(1/-2/-4), B(0/-1/-3), C(1/-1/-2)$$

3) Berechnen Sie die Länge der Höhe  $h_a$  im Dreieck ABC:

$$\text{a) } A(-2/3/-4), B(7/5/6), C(-5/-4/3)$$

$$\text{b) } A(-3/-2/0), B(4/3/1), C(5/6/5)$$

4) Berechnen Sie das Volumen der dreiseitigen Pyramide mit Grundseite ABC und Spitze S.  
 $A(2/5/-1), B(-1,5/9), C(8/4/7), S(-4/0/1)$

5) Welchen Winkel schliesst die Höhe der Pyramide von Aufgabe 4) mit der x-Achse ein?

**Lösungen:**

$$\begin{array}{l} \text{1) a) } -10 \\ \quad -12 \\ \quad \quad 3 \\ \quad \quad \quad 0 \\ \text{b) } -12 \\ \quad \quad -6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{2) a) } 22 \\ \quad \text{b) } 13 \\ \quad \text{c) } 8,46 \\ \quad \text{d) } 1,22 \\ \text{3) a) } 9 \\ \quad \text{b) } 7 \\ \text{4) } 79 \end{array}$$

$$\text{5) } 83,2^\circ$$